

ISSN 2311-4568 (Print)
ISSN 2617-2623 (Online)

ЦЕНТР МОЛОДЕЖНЫХ ИННОВАЦИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ИНТЕЛЛЕКТА

ПЕРВЫЙ ШАГ В НАУКУ

Сборник научных статей учащейся молодежи

Основан в 2012 году

ВЫПУСК №16

В трех частях
Часть 3



Минск
«Лаборатория интеллекта»
2019

УДК 001.3 (045)
ББК 72я43
П26

Сборник содержит научные статьи, отражающие результаты научных исследований учащейся молодежи Республики Беларусь. Все материалы представлены в авторской редакции.

АВСИЕВИЧ А. С. СОЗДАНИЕ AI В ИГРАХ С ПОМОЩЬЮ BLENDER 3D	6
АЛЕТУРОВИЧ Е. В. ЗАЧЕМ НУЖНА «ЙЦУКЕН»?	8
САВОСТИКОВА Е. Д. НАНОТЕХНОЛОГИИ НА СОВРЕМЕННОМ ЭТАПЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ В БЕЛАРУСИ	12

ФИЗИКА И МАТЕМАТИКА | PHYSICS AND MATHEMATICS | ФІЗІКА І МАТЭМАТЫКА

БИНДЕЙ Д. В. МОДЕЛЬ ВЕТРОГЕНЕРАТОРА	16
ВОЛЧКЕВИЧ А. А. КРЕДИТЫ ГЛАЗАМИ ШЕСТИКЛАСНИКА, ИЛИ ЗАВИСИМОСТЬ БЮДЖЕТА СЕМЬИ ОТ ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКИ БАНКОВСКОГО КРЕДИТА	20
ГОРБАТЕНКО А. А. РЕШЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ В ЦЕЛЫХ ЧИСЛАХ	22
ГОРОЩИК В. А. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ МАЯТНИКОВ	24
ДОРОНКИН МЕХИЯ Н. И., ЖУЛЬЯНОВ Р. С. ИНВЕРСИЯ И ЕЁ ПРИМЕНЕНИЕ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ОКРУЖНОСТЬ»	27
ДОРОШЕНКО В. В. ПАРАЛЛЕЛОГРАММ ВАРИНЬОНА	35
ЗОНТОВА Н. В. АНАЛИЗ ЭКОНОМНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭНЕРГОРЕСУРСОВ ПРИ ЕЖЕНЕДЕЛЬНОЙ УБОРКЕ В КВАРТИРЕ	39
КОРОТКЕВИЧ М. Д. ИЗУЧАЕМ PASCALABC.NET: РОБОТ	43
ЛОЙКО М. А. МОДЕЛЬ ДВИГАТЕЛЯ СТИРЛИНГА	48
МИХАСЁВ Р. Н. ПЛОЩАДКА ДЛЯ УСТНОГО СЧЕТА В ЭЛЕКТРОННОЙ ТАБЛИЦЕ EXCEL	51
ОЛЕХНОВИЧ К. С. ГАЛЬВАНИЧЕСКИЙ ЭЛЕМЕНТ	56
СЕМАШКО С. А. «КЛЕЙ «LE COLLE»»	59
СКОРАЯ К. В. ЭКОНОМИЯ СВЕТОДИОДНЫХ ЛАМП: ПРАВДА ИЛИ МИФ?	64
ТРОФИМОВИЧ Т. А. ИЗУЧЕНИЕ ФОТОМЕТРИИ	67
ХОМЕНКО М. А. ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ НЕСТАНДАРТНОГО ХАРАКТЕРА	76
ШАВЛИНСКИЙ Д. А., ДРУГАКОВ А. Е. ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ АРХИМЕДОВОЙ СИЛЫ	85

| **ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ**
| TECHNICAL SCIENCES
| **ТЭХНІЧНЫЯ НАВУКІ**

АВСИЕВИЧ А. С.

Государственное учреждение образования «Средняя школа № 21 г. Витебска»

Научный руководитель – Михалочкина О. М., учитель информатики

СОЗДАНИЕ AI В ИГРАХ С ПОМОЩЬЮ BLENDER 3D

Аннотация. Искусственный интеллект (AI) – многогранная и сложная область для исследований. AI в играх может принимать разные формы в зависимости от потребностей создаваемой игры – от простых наборов правил для управляемых компьютером объектов до более совершенных адаптивных систем. Применение принципов AI в играх необходимо для повышения правдоподобности виртуальных персонажей, созданных в электронной развлекательной программе.

Последние десятилетия компьютерные игры сделали гигантский скачок в развитии. При создании игр сегодня используют управляемый компьютером искусственный интеллект (AI). Создать хороший AI в играх сложная задача, ведь AI должен заставлять играть совершенно. В нашей работе рассмотрены основные принципы AI, а также этапы создания AI с помощью Blender 3D.

На простейшем уровне «искусственный интеллект» заключается в моделировании или имитации поведения других игроков или объектов (то есть всех элементов игры, которые могут действовать или с которыми может действовать игрок, – от ракет до аптечек), представляемых искусственным интеллект. Основной принцип состоит в том, что это поведение имитируется. Другими словами, AI для игр является более «искусственным», нежели «интеллектом». Система AI может быть крайне проста и представлять собой набор правил или же может быть довольно сложной и выполнять роль противника, с которым предстоит сражаться игроку.

Результатом проделанной работы является игра, которая была создана в Blender 3D. Данным проектом тестируется AI в играх. Создана карта для AI, по которой он может ориентироваться и передвигаться в нужную точку. Далее обводится преградой для игрока в виде стен. Игрок может двигаться в 4 направлениях. Его цель – достичь «Желтой зоны», не попадаясь AI, который будет преследовать игрока. При достижении «Желтой зоны» уровень считается пройденным. Игрок представлен зелёной сферой, AI – красным кубом.

Этапы работы над проектом. Первоначально был создан небольшой лабиринт.



Рис. 1 Лабиринт

Далее реализация самого игрока в виде зеленоватой сферы и логика для него.

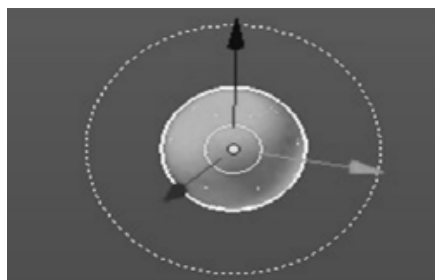


Рис. 2. Игрок

Затем был добавлен противник (AI) и логика для него. Как элемент игры была придумана «Жёлтая зона», которая нужна для прохождения уровня.

Следующим этапом было создание навигационной сетки, которая необходима для ориентирования AI (противника).

Разноцветные полигоны нужны для визуального определения наличия ошибок, в случае искривления или сжатия проблема будет видна сразу же. Позже в игру было добавлено стартовое меню и «проигрышный Экран». Заключительным этапом было создание платформы для логичного завершения уровня. При достижении «Жёлтой зоны» игрок поднимается на платформе вверх, скрываясь из вида.

Интерфейс игры

Управление: **W** – движение вперёд; **A** – движение налево; **S** – движение назад; **D** – движение направо; **R** – рестарт; **Esc** – выход.

Данной работой тестируется AI в играх. На простом примере показана реализация AI с помощью программы Blender 3D. AI в играх – это набор программных методов, которые используются в компьютерных играх для создания иллюзии интеллекта в поведении персонажей, управляемых компьютером.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Хронистер, Дж. Основы Blender. – 4-е издание / HighSchool. – 2011.
2. Прахов, А. Самоучитель Blender 2.6 / BHV. – 2012. – 400 с.
3. Иванов, В. П., Батраков, А. С. Трёхмерная компьютерная графика / Под ред. Г. М. Полищука. – М.: 1995. – 224 с.

AVSIEVICH A. S.

State Educational Establishment «Secondary school № 21, Vitebsk»

CREATING AI IN BLENDER 3D GAMES

Summary. Artificial Intelligence (AI) is a multifaceted and complex field of research. AI in games can take different forms depending on the needs of the game being created – from simple rule settings for computer-controlled objects to more advanced adaptive systems. Application of the principles of AI in games is necessary to increase the credibility of virtual characters created in electronic entertainment programmes.

АЛЕТУРОВИЧ Е. В.

Государственное учреждение образования
«Средняя школа № 16 г. Лиды»

Научный руководитель – Шелевер Л. В., учитель информатики

ЗАЧЕМ НУЖНА «ЙЦУКЕН»?

Аннотация. При работе с клавиатурой для ввода текста обычно пользуются так называемый слепым десятипальцевым методом. В работе описано создание клавиатуры с альтернативной русской раскладкой; произведены замеры скорости набора русского текста на клавиатурах с различными раскладками и проанализированы результаты, на основании которых можно сделать вывод о том, что скорость набора зависит не от возраста пользователя, а от частоты использования компьютера для набора текстов.

Введение

В настоящее время персональный компьютер всё больше и больше входит в жизнь людей. Сотни миллионов людей каждый день пишут письма, служебные записки, статьи, романы, общаются в Интернете при помощи компьютера. При этом ввод текстовой информации в компьютер осуществляется с помощью клавиатуры.

При работе с клавиатурой для ввода текста обычно пользуются так называемым слепым десятипальцевым методом, т.е. каждая клавиша на клавиатуре закреплена за определенным пальцем руки, тем самым пользователь набирает текст, не глядя на клавиатуру.

Когда в первый раз я сел за компьютер и начал вводить текст, то столкнулся с тем, что мне было трудно найти нужную букву на клавиатуре. Однако я заметил, что со временем мои пальцы немного привыкли к такому странному расположению букв. Но всё-таки я продолжал думать над тем, почему же буквы на клавиатуре расположены не по алфавиту, а разбросаны в беспорядке.

Цель исследования: найти ответ на вопрос: «Зачем понадобилось так неудобно устраивать клавиатуру?»

Гипотеза: расположение букв на клавиатуре зависит от частоты их употребления в разных текстах.

Цель и гипотеза исследования определили постановку следующих **задач**:

1. Изучить историю возникновения современной раскладки клавиатуры.
2. Изучить принципы расположения букв на существующих вариантах раскладок клавиатур.
3. Создать клавиатуры с альтернативной русской раскладкой.
4. Произвести замеры скорости набора русского текста на клавиатурах с различными раскладками и проанализировать результаты.
5. Сформулировать рекомендации при работе на клавиатуре компьютера.

Методы исследования: сбор, изучение, анализ, обобщение экспериментального и теоретического материала.

Основная часть

Для проведения эксперимента необходимо определить состав участников и набор необходимых инструментов. В качестве участников эксперимента мы выбрали представителей различных возрастных групп с различным опытом работы с клавиатурой. Условно всех участников можно разделить на три группы: ученики 6 классов (5 чел.), ученики 8 классов (5 чел.), взрослые, профессия которых связана с работой на компьютере (2 чел.).

В качестве инструмента нам необходимы были нестандартные клавиатуры. Таких в продаже в нашем городе, конечно же, нет. Тогда мы решили изготовить их сами, переставив клавиши на обычных клавиатурах в нужном нам порядке (рис. 1).

Но здесь мы столкнулись с такой проблемой: изображение буквы на клавише не соответствовало изображению буквы на экране монитора. Это затрудняло отслеживание правильности набора текста. Тогда мы выяснили, что существует бесплатная программа Microsoft Keyboard Layout Creator 1.4 [3] компании Microsoft, которая позволяет создать любую раскладку и установить ее на компьютер (рис. 2).



Рис. 1 Создание экспериментальных клавиатур

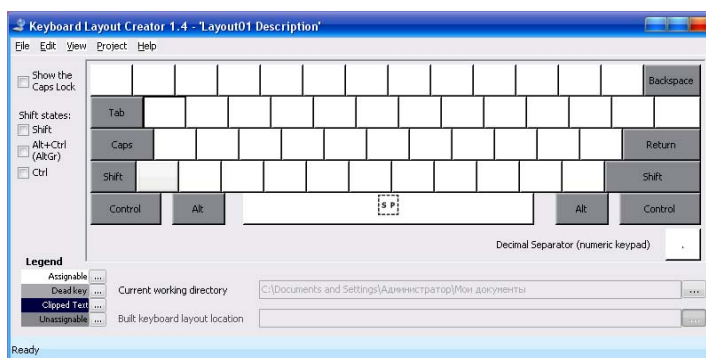


Рис. 2 Программа Microsoft Keyboard Layout Creator

В качестве образца текста выбрали отрывок из специальной книги по обучению десятипальцевому методу печати на компьютере [1, с. 26]. Мы проанализировали этот текст с точки зрения средней частоты встречаемости букв. Как выяснилось из соответствующей литературы [4], в разных видах текста частота встречаемости тех или иных букв может отличаться. В подобранном нами тексте мы подсчитали частоты встречаемости букв. Они оказались близки к средним показателям. Таким образом, данный текст стал подходящим для проведения эксперимента.

Каждому участнику эксперимента было предложено набрать один и тот же текст на клавиатурах с разной раскладкой: с традиционной ЙЦУКЕН, с раскладкой по алфавиту АБВГД и с раскладкой Диктор. Набор текста на разных раскладках один и тот же участник выполнял с определенным промежутком времени (в разные дни). Каждый раз мы засекали время набора текста. Скорость набора мы определяли следующим способом: подсчитывали количество символов в отрывке текста, разделив его на время набора в секундах и умножил на 60. В итоге получилась скорость набора в симв/мин (рис. 3).

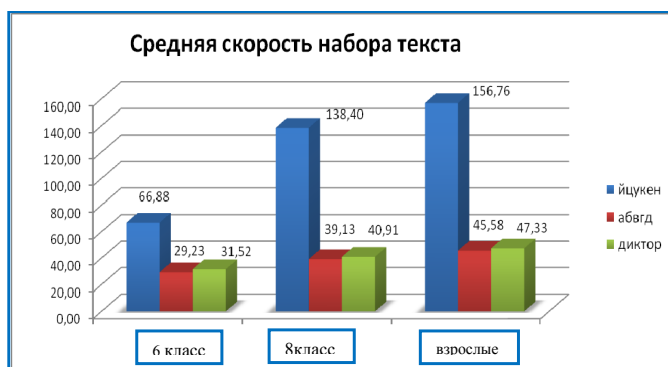


Рис. 3 Анализ скорости набора текста

Сравнивая данные, полученные в ходе эксперимента, мы пришли к следующим выводам:

- самая высокая скорость набора у всех участников была достигнута, конечно, при использовании традиционной раскладки ИЦУКЕН. Это объясняется нашей привычкой к такому расположению букв и определенной степенью удобства;
- самая низкая скорость набора у большинства участников была достигнута при использовании раскладки АБВГД. Несмотря на то, что алфавитный порядок знаком нам с детства, в повседневной жизни мы им редко пользуемся. Поэтому нет смысла располагать буквы на клавиатуре таким образом. Тем более участники эксперимента отмечали, что набирать текст с помощью такой клавиатуры сложнее: больше устает левая рука. Действительно, большинство часто встречающихся букв в этом случае расположено слева;
- скорость набора на раскладке Диктор тоже низкая, но в большинстве случаев выше, чем на раскладке АБВГД. Значит, имеет смысл учитывать частоту встречаемости букв и их сочетаний при создании клавиатурной раскладки.

Таким образом, скорость набора текста зависит не только от привычки, но и от расположения клавиш на клавиатуре. В принципе каждый пользователь может разработать свою раскладку клавиатуры. Но для удобства работы с таким устройством необходимо учитывать частоту встречаемости букв и их сочетаний в тексте. Это не так-то просто и необходимы серьезные исследования. Саму клавиатуру сделать не сложно. Программное обеспечение для такой клавиатуры можно разработать с помощью программы Microsoft Keyboard Layout Creator. Клавиши можно переставить или использовать наклейки на клавиши. При работе на компьютере необходимо соблюдать определенный ритм, равномерно выполнять удары по клавишам. Лишь в этом случае можно добиться высокой скорости печати.

Заключение

В результате проведенного исследования было подтверждено предположение о том, что скорость набора текста зависит от удобного расположения клавиш на клавиатуре и выработки привычки использования определенной раскладки.

Цель исследования была достигнута в процессе решения поставленных нами задач.

Выполнение первой и второй задачи позволило нам узнать о существующих раскладках и истории их возникновения. Мы выяснили, что при создании клавиатурной раскладки учитывается не только частота встречаемости отдельных букв в тексте, но и частота встречаемости сочетаний двух и более букв. Также для ускорения набора текста должны быть задействованы все пальцы. При этом каждый палец должен «отвечать» за определенную группу клавиш клавиатуры. При выполнении третьей задачи были созданы две непривычные для большинства пользователей клавиатуры. Мы не просто переставили клавиши, но и подготовили специальное программное обеспечение работы этих клавиатур. На этом этапе мы пришли к выводу, что каждый в состоянии переоборудовать клавиатуру компьютера по своему усмотрению.

При тестировании экспериментальных клавиатур нам удалось выяснить, что скорость набора текста хотя бы немного, но все-таки выше при использовании клавиатуры, кнопки которой расположены с учетом частоты встречаемости букв и их сочетаний. Также важную роль играет привычка.

В ходе эксперимента мы выяснили, что скорость набора зависит не от возраста пользователя, а от частоты использования компьютера для набора текстов. Значит, для увеличения скорости печати необходимы постоянные тренировки.

Результатом выполнения пятой задачи стали советы по работе с компьютерной клавиатурой. Все они сводятся к соблюдению правильной посадки при работе и освоению десятипальцевого метода печати.

Кроме того, в процессе мы познакомились с новыми для нас программами: Microsoft Excel, которая позволяет производить вычисления и строить диаграммы и графики; Microsoft Keyboard Layout Creator, которая служит для создания клавиатурных раскладок.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Андрианов, В. И. Десятипальцевый метод печати на компьютере / В. И. Андрианов. – СПб.: Питер, 2008. – 64 с.
2. http://ru.wikipedia.org/wiki/Раскладка_клавиатуры.
3. <http://www.microsoft.com/downloads/en/confirmation.aspx?FamilyId=8BE579AA-780D-4253-9E0A-E17E51DB2223&displaylang=en> – Microsoft Keyboard Layout Creator 1.4
4. <http://www.statsoft.ru/home/portal/exchange/textanalysis.htm> – Анализ текстов
5. <http://klavogonki.ru/profile/161570/blog/post221> – Разработка оптимальной раскладки.

ALETUROVICH E.

State educational institution «Secondary school № 16 of Lida»

Scientific supervisor – Shelever L., IT-teacher

WHY DO I NEED «QWERTY»?

Summary. *When working with a keyboard, the so-called blind ten-finger method is usually used to enter text. The paper describes the creation of a keyboard with an alternative Russian layout; measurements were made of the speed of typing Russian text on keyboards with different layouts and the results were analyzed, based on which we can conclude that typing speed does not depend on the age of the user, but on the frequency of use of the computer for typing.*

САВОСТИКОВА Е. Д.
Государственное учреждение образования
«Средняя школа № 2 г. Быхова»

Научный руководитель – Богомаз Т. В., учитель информатики и математики

НАНОТЕХНОЛОГИИ НА СОВРЕМЕННОМ ЭТАПЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ В БЕЛАРУСИ

Аннотация. В данной работе представлено исследование нанотехнологий на современном этапе, а также перспективы развития этой науки в Беларуси. Рассмотрены возможности применения наночастиц, их эффективность использования в медицине, дактилоскопии, промышленности. Представлены отечественные исследования лауреатов Государственной премии Республики Беларусь в области науки и техники, а также ученых ведущих ВУЗов страны.

Введение.

В настоящее время термин «нанотехнология» очень популярен. Нанотехнологии оперируют величинами порядка нанометра. Нанометр – это величина, которая очень мала, ее размер можно сравнить с атомом. Таким образом, нанотехнологии работают уже не с самим веществом, а с его составными частицами – атомами. Современные ученые научились не только их видеть, но и управлять ими.

Нанотехнология – достаточно молодая наука и поэтому основные открытия, предсказываемые в этой области, пока не сделаны. Вместе с тем, активно проводятся исследования, которые уже дают практические результаты. В будущем нанотехнологии приведут к сокращению материало- и энергозатрат. Наглядным примером служит развитие электроники, в частности развитие электронно-вычислительных машин. Первые ЭВМ были настолько велики, что занимали целые здания. Вскоре они стали помещаться в одной комнате. На сегодняшний день компьютер умещается на столе пользователя и даже в его руке. Нанотехнологии позволяют продолжить процесс миниатюризации материального мира, доведя его до уровня атома и молекулы.

Основная часть.

Основателем наночастиц можно считать древнегреческого философа Демокрита Абдерского. Именно он около 400 г. до н.э. впервые использовал слово «атом», что в переводе с греческого языка означает «нераскалываемый», описывая при этом самую малую частицу вещества.

Первое упоминание о методах, которые впоследствии будут названы нанотехнологией, было сделано в 1959 году американским физиком Ричардом Фейнманом в его лекции в Калифорнийском технологическом институте «Там, внизу, полно места». Он говорил «о проблеме управления и контроля за телами в малых масштабах», предположил, что возможно перемещать атомы отдельно, механически, при помощи манипулятора соответствующих размеров [1].

Одним из основных вопросов, решаемых нанотехнологией, является разработка способов самоорганизации молекул, с целью получения новых веществ, материалов, устройств.

Самой гуманной областью применения нанотехнологий является медицина. Уже созданы и успешно используются импланты искусственных клапанов сердца, качество которых значительно превосходит качество и ресурсы обычных сердечных клапанов. Их внедрение пациенту не несет отрицательных последствий со стороны иммунной системы, в связи с чем человеку не нужно постоянно принимать препараты, подавляющие иммунитет.

Нанотехнологии также широко используются в качестве протезов костных тканей и суставов. Такое протезирование превосходит обычные протезы по качеству, их ресурсу работы, прочности. Качество жизни пациентов значительно улучшается, после установки таких суставов практически не происходит их отторжения в связи с высокой биологической совместимостью [2].

Внедрение нанотехнологий в медицинскую диагностику позволяет выявлять заболевания на ранней стадии и своевременно приступить к лечению пациентов. Уже

сегодня белорусскими учеными-нанотехнологами создан противоопухолевый медицинский препарат на основе наночастиц благородных металлов.

Лауреаты Государственной премии Республики Беларусь разработали технологию использования нанокристаллов для иммунного анализа, который позволяет диагностировать каждую клетку организма, определять здорова она или больна. Для быстрого анализа клеток используются различные цвета нанокристаллов. С целью диагностики клеток в онкологии используют различные органические красители, которые отличаются нестабильностью. В отличие от них, нанокристаллы могут светиться часами, что позволяет видеть зараженные клетки и их распространение в организме. Это способствует развитию технологии сверхчувствительной диагностики, позволяющей выявлять заболевания на ранних стадиях, увеличивая тем самым шансы пациентов на выздоровление.

Маленькие частицы кремния, так называемые «золотые наночастицы», после введения их в злокачественную опухоль и воздействия лазера, способны определять и разрушать раковые клетки. Успешно проведенные тесты при карциноме демонстрируют главное преимущество новой технологии при лечении раковых опухолей без хирургических операций, а только с помощью лазерного излучения. Наночастицы не наносят вреда здоровым органам и тканям человека. И именно благодаря этому появится возможность лечить онкологические заболевания, а также метастазы, которые трудно определимы обычной диагностикой.

Анатолий Лесникович, Михаил Артемьев, Олег Ивашкевич – лауреаты Государственной премии Республики Беларусь в области науки и техники. На основе микро- и наночастиц эти ученые создали более ста неорганических соединений, которые широко применяются в различных областях науки и техники.

Под руководством академика Анатолия Лесниковича в ходе научных исследований была разработана специальная технология получения нанопорошков, которые широко используются в дактилоскопии при работе экспертов-криминалистов. Кроме этого на основе наноматериалов, были созданы антифрикционные присадки к маслам, которые способствуют существенному уменьшению износа трущихся деталей, используемых на предприятиях.

В Беларуси активно ведутся работы в области нанотехнологий в высших учебных заведениях страны: Белорусский Государственный университет, Белорусский национальный технический университет, Белорусский Государственный университет информатики и радиоэлектроники, Гродненский Государственный университет.

В будущем в результате изобретения новых типов двигателей, транспорта, топливных элементов, наноэнергетики сделает более чистой экологическую ситуацию. Будет сформирована новая экономика на основе нанотехнологий и нанопродуктов. Нанотехнологические устройства заменят электронно-вычислительные машины, нанопромышленность займет лидирующие позиции [3].

Именно благодаря работе с атомами и молекулами уже в ближайшее время нанотехнологии будут способствовать жизни людей во всех сферах деятельности. Нанотехнологии изменят медицину, электронику, энергетику, промышленность и другие отрасли.

Воздействие нанотехнологий на жизнь всего человечества приобретет всеобщий характер, изменит не только экономику, но и затронет все стороны жизни людей: быт, работу, социальные отношения. Благодаря нанотехнологиям появится возможность получать больше благ с наименьшими финансовыми затратами, постоянно повышать уровень и качество жизни.

Заключение.

Подводя итоги проведенной работы, можно сделать выводы, что результаты развития нанотехнологий изменят окружающий мир до неузнаваемости, будут применяться во всех отраслях: от производства лекарств, одежды, предметов быта до авиа- и ракетостроения.

Уделяя значительное внимание отрасли нанотехнологий как приоритетному направлению в развитии науки и техники, будет происходить сохранение и развитие человеческого капитала – основного носителя генетического, культурного и технологического наследия человечества.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Лучинин В. В. Введение в индустрию наносистем // «Нано- и микросистемная техника». – 2005. – № 5. – С. 2–10.
2. Нанометр. Нанотехнологическое сообщество [Электронный ресурс]. Режим доступа : <http://www.nanometer.ru/>. Дата доступа : 23.09.2019.
3. Методолог. Изобретательские задачи и методы их решения [Электронный ресурс]. Режим доступа : <https://metodolog.ru/node/862/>. Дата доступа : 23.09.2019.

SAVOSTIKOVA E. D.

State institution of education «Secondary school No. 2 of Bykhov»

Scientific supervisor – Bogomaz T., teacher of computer science and mathematics

NANOTECHNOLOGIES AT THE PRESENT STAGE AND DEVELOPMENT PROSPECTS IN BELARUS

Summary. *This paper presents a study of nanotechnology at the present stage, as well as the prospects for the development of this science in Belarus. The possibilities of using nanoparticles, their effectiveness in medicine, fingerprinting, and industry are examined. Domestic studies of the laureates of the State Prize of the Republic of Belarus in the field of science and technology, as well as scientists from leading universities of the country are presented.*

ФИЗИКА И МАТЕМАТИКА
PHYSICS AND MATHEMATICS
ФІЗІКА І МАТЭМАТЫКА

БИНДЕЙ Д. В.

ГУО «Средняя школа № 38 г. Гродно»

Научный руководитель – Дягель А. Н., учитель физики

МОДЕЛЬ ВЕТРОГЕНЕРАТОРА

Аннотация. Статья посвящена рассмотрению альтернативных источников энергии. В статье рассматривается создание и определение характеристик мини-модели ветрогенератора. Выводы и содержание работы могут быть использованы на уроках физики, во внеклассной работе, при написании научных работ учащихся.

Введение. Наша планета обладает ограниченными запасами не возобновляемых источников энергии. Кроме того, выброс вредных веществ при преобразовании ископаемых энергоносителей привел к мировому экологическому кризису. Технологии будущего ученые очень тесно связывают с альтернативными, экологически чистыми источниками энергии. Одним из таких неисчерпаемым источником является ветер. Тема использования альтернативных источников энергии актуальна и отражена в ряде работ [1, 2] и Интернет-ресурсов [3].

Актуальность темы заключается в проблеме истощаемости природных ресурсов и ухудшении экологии Земли.

Размышляя над тем, какой источник энергии выбрать для создания модели вырабатывающей электроэнергию, мы пришли к выводу, что это будет ветер. Энергия ветра – это возобновляемый и экологически чистый источник энергии.

Цель проекта: создание модели ветрогенератора.

Для достижения поставленной цели предполагается решить следующие задачи:

1. изучить литературу по теме;
2. изучить различные виды ветрогенераторов;
3. создать модель ветрогенератора.

Объект исследования: энергия – её источники и потребители.

Предмет исследования: неисчерпаемый источник энергии – ветер.

При написании работы использовались следующие методы: метод анализа, сравнения, моделирования и измерения.

Основная часть.

Ветрогенератор – это устройство, которое преобразовывает кинетическую энергию ветра в электрическую. Конструктивно ветрогенератор представляет собой: генератор, лопасти и поворотное устройство.

Ветрогенераторы бывают: вертикальные, парусные, горизонтальные.

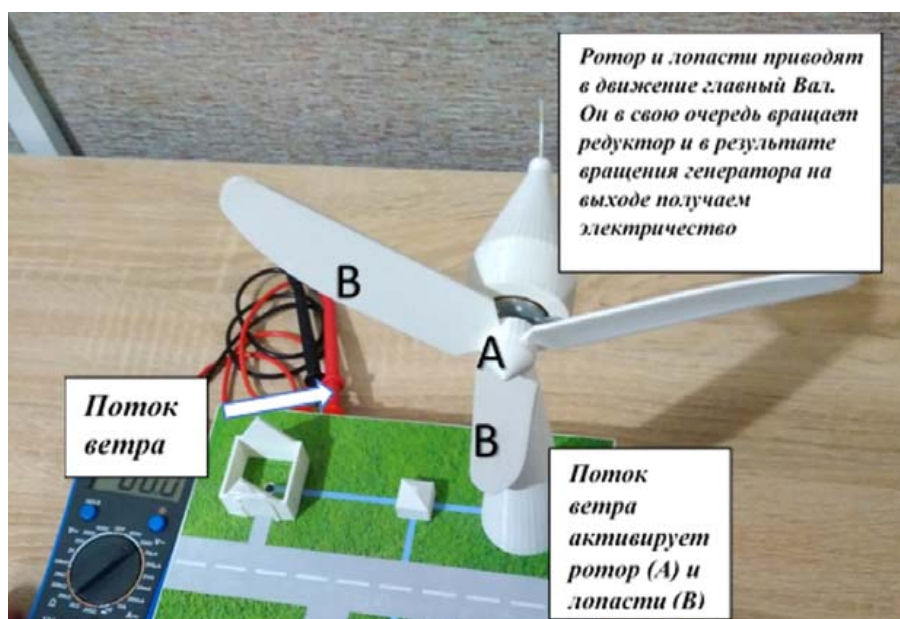


Рисунок 1 – Принцип работы ветряной турбины

Механизм генерации преобразования выглядит следующим образом:

- Вращающиеся под силой ветра лопасти, приводят в движение ротор электро-двигателя.
- Двигатель вырабатывает переменный ток, поступающий на контроллер.
- Контроллер оценивает силу тока и напряжения, сравнивая её с аналогичными показателями батареи аккумулятора, на которые поступает выработанная энергия.
- Накопленная энергия проходит через инвертор, который преобразует ток до нужных показателей локальной сети [4].

К основным компонентам системы, без которых работа ветряка невозможна, относят следующие элементы: 1) Двигатель – необходим для выработки переменного тока. Сила тока и напряжение генератора зависит от скорости и стабильности ветра. 2) Лопасти – приводят в движение вал генератора благодаря кинетической энергии ветра [5]. Лопасти можно делать различной формы. Я создала конструкцию, где используются лопасти крыльчатого типа с горизонтальной осью вращения. Именно этот тип ветряного двигателя имеет максимальный коэффициент использования ветра при минимальном расходе материалов.

На первом этапе работы была разработана схема макета ветрогенератора.

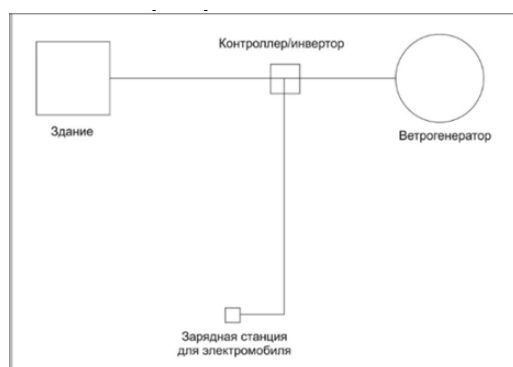


Рисунок 2 – Схема макета ветрогенератора

Затем приступила непосредственно к разработке самого ветрогенератора и составных частей макета. Для создания корпуса ветрогенератора были разработаны 3D модели составных частей:

- Рисунок 1 – лопасти ветрогенератора;
- Рисунок 2 – соединительная муфта;
- Рисунок 3 – корпус двигателя;
- Рисунок 4 – стойка ветрогенератора;
- Рисунок 5 – флюгер;
- Рисунок 6 – макет станции.

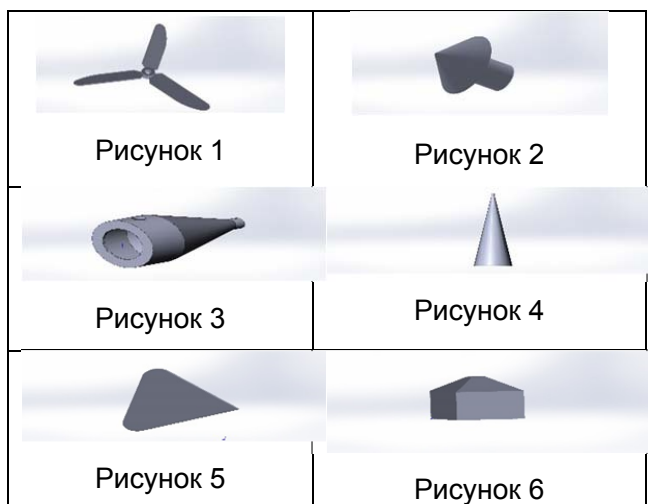


Рисунок 3 – 3D модели составных частей

Все составляющие были распечатаны на 3D принтере и в последующем собраны.



Рисунок 4 – Модель ветрогенератора

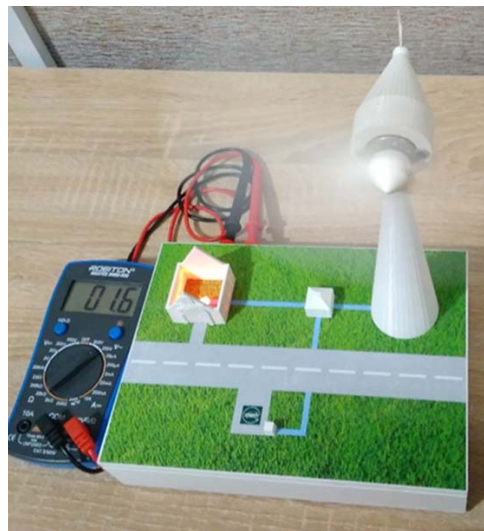


Рисунок 5 – Преобразование энергии ветра в электрическую

Созданная мной мини-модель ветрогенератора вырабатывает напряжение 1,5 В и мощность станции составляет 0,22 Вт. Эти значения малы для применения в быту, но параметры модели можно увеличить. В частности, можно увеличить диаметр ротора, площадь лопастей, материал из которого сделаны лопасти, установить ветрогенератор на высокую мачту, чтобы поток воздуха и его скорость были больше, тем самым увеличить мощность установки.

Заключение.

В результате работы было выявлено, что размеры ветрогенератора необязательно должны поражать воображение своей грандиозностью. Вырабатывать ток может и небольшая установка, созданная из мелких деталей. Данная установка может стать наглядным учебным пособием на уроках физики при изучении темы «Альтернативные источники энергии».

Также при выполнении работы были определены преимущества и недостатки данной мини-модели:

Преимущества:

1. Отсутствие загрязнения окружающей среды – производство энергии из ветра не приводит к выбросам вредных веществ в атмосферу или образованию отходов.
2. Использование возобновляемого, неисчерпаемого источника энергии, экономия на топливе, на процессе его добычи и транспортировки.
3. Практически бесшумна.

Недостатки:

1. Низкая производительность.
2. Производство электроэнергии зависит от силы ветра, на которую человек не может повлиять.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Германович, В. Е., Альтернативные источники энергии и энергосбережение. Практические конструкции по использованию энергии ветра, солнца, воды, земли, биомассы / В. Е. Германович, А. И. Турилин. – СПб: Наука и Техника, 2014. – 320 с.
2. Власов, С. И., Нетрадиционные источники энергии / С. И. Власов, Д. А. Толипов. – Ташкент: НУУз., 2013. – 294 с.
3. Виды электродвигателей. [Электронный ресурс] // Альтернативная энергия. – режим доступа: <https://engineering-solutions.ru/motorcontrol/motor>. – Дата доступа: 11.09.2019.
4. Харитонов, В. П. Автономные ветроэлектрические установки / В. П. Харитонов. – Москва, 2006. – 275 с.
5. Руденко Б. П. Подбирающие ветер / Б. П. Руденко // Наука и жизнь. – Москва, 2005. – Вып. 11 – С. 12–15.

BINDEY D.

Secondary school № 38 of Grodno

Scientific supervisor – Diagel A. N., teacher of physics

WIND TURBINE MODEL

Summary. *The article is devoted to the current topic: alternative energy sources. The author writes about the problem of exhaustion of natural resources and the deterioration of ecology on the Earth. The work is of undoubted interest, as it shows that the use of alternative energy sources can help replace the use of non-renewable resources. The work is able to stimulate students' interest in studying the prospects of using renewable alternative energy sources. The conclusions and content of the work can be used in physics lessons, in extracurricular activities, when writing scientific papers of students.*

ВОЛЧКЕВИЧ А. А.

Государственное учреждение образования «Средняя школа № 4 г. Волковыска»

Научный руководитель – Маринина А. В., учитель математики

КРЕДИТЫ ГЛАЗАМИ ШЕСТИКЛАССНИКА, ИЛИ ЗАВИСИМОСТЬ БЮДЖЕТА СЕМЬИ ОТ ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКИ БАНКОВСКОГО КРЕДИТА

Аннотация. В данной статье рассматривается понятие «кредит», влияние его на семейный бюджет, на возможность получения дополнительных средств для расширения своего дела или приобретения чего-либо дорогостоящего.

Введение. Первые формы кредитов и процентов имели натуральный характер. Крестьянин занимал один мешок зерна, а возвращал полтора или два. Таким образом, кредит опередил появление и денег, и рыночного хозяйства.

Цель работы: определить отношение шестиклассников к осознанию понятия «Кредит», выяснить, как влечёт за собой изменение процентной ставки по кредиту на семейный бюджет.

Гипотеза: семейный бюджет зависит от процентной ставки по кредиту.

Объект исследования: процентная ставка.

Основная часть. Кредит происходит от латинского «**kreditum**» (ссуда, долг), с другой стороны «**kreditum**» переводится как «доверяю», «верую». Кредит – это сделка, договор между физическими или юридическими лицами о займе, или ссуде. Как правило, первые кредиты в истории человечества вызывались нуждой, а не возможностью получить дополнительную прибыль.

Потребительский кредит принадлежит к числу дорогих, что означает высокую процентную ставку. Обычно она колеблется в пределах 15–30%, но может быть и выше. Главными причинами увеличения процентной ставки потребительского кредита является относительно высокие затраты на его предоставление и большой риск неплатежеспособности потребителя.

Бюджет семьи – роспись денежных расходов и доходов семьи, составляемая обычно на месячный срок. Бюджет делится на две части – расходную и доходную. В доходную часть входят все доходы, которые планирует получить семья за определенное время, в расходную часть, соответственно, попадают все предполагаемые расходы. Попробуем составить формулу семейного бюджета. Пусть **доходную часть бюджета** обозначают буквой «Д». Сюда входят заработная плата, а также дополнительный заработок (приработок, средства от продажи какого-либо имущества и др.). Расходы нефиксированные, так что подсчитывают их примерную стоимость. **Обязательные расходы** (квартплата и коммунальные услуги, транспорт, покупка гигиенических средств) фигурируют под буквой «О». **Питание** – это особая расходная статья, для обозначения которой используют букву «П». **Расходы на предметы гардероба** обозначают буквой «Г». Для обозначения кредита примем букву «К». **Резерв**, или запас, который необходим для накопления денежной суммы, предназначенной для других каких-то нужд (например, поездка на отдых за границу), обозначают буквой «Р». В итоге получается достаточно простая формула: $D = O + P + G + K + R...$ Пользоваться данной формулой очень легко: вместо букв подставляют цифры, при этом в правой (расходной) части указывают суммы всех желаемых приобретений. Расходная часть может значительно превысить доходную.

Заключение. Гипотеза подтвердилась. Если процентная ставка по кредиту с 14% повысится, например, до 20% или более, то плата в месяц вырастет и при расчете семейного бюджета семье придётся брать дополнительно деньги из резерва, может даже его и не хватить. За 5 лет семья переплатит приличную сумму. Семейный бюджет зависит от процентной ставки банковского кредита. Если процентная ставка по кредиту снизится, увеличится резерв семейного бюджета.

Нельзя экономить на здоровье, питании, образовании, но все же что экономия должна быть. Обдумывайте и планируйте свои расходы и доходы. Если своевременно вносить некоторые корректировки и наводить порядок в своём бюджете, то со временем выработается грамотный подход к планированию бюджета.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Захарова А. Е. Несколько задач «про цены» // Журнал «Математика в школе». – 2002. – № 8.
2. Савицкая Е. В., Серегина С. Ф. Уроки экономики в школе. – М.: Вита-Пресс, 1999.
3. Терюкова Т. С. Экономика: Моя школа: Учебное пособие для 6 класса / Т. С. Терюкова, Е. А. Артемьева, М. В. Головин; под ред. И. А. Сасовой. – 9-е изд. – М.: ВИТА-ПРЕСС, 2014. – 96 с.
4. Скоробогатов А. «Семейный бюджет на компьютере», М., изд-во «РидГрупп», 2012 г., 320 с.
5. Новожилова Н. В. Экономика: Моя семья: Учебное пособие для 5 класса общеобразоват. учр. / Н. В. Новожилова; под ред. И. А. Сасовой. – 9-е изд. – М.: ВИТА-ПРЕСС, 2013. – 128 с.
6. Методика анализа кредитов с помощью факторных индексов // Банкаўскі веснік, МАЙ 2010.
7. Информатика, 10 класс, Заборовский Г. А., Пупцев А. Е., 2011.

VOLCHKEVICH A. A.

State Establishment of Education «Secondary school № 4 Volkovysk»

Scientific supervisor – Marinina A. V., a teacher of Mathematics

LOANS THROUGH THE EYES OF A SIXTH-GRADER, OR FAMILY BUDGET DEPENDENCE ON THE INTEREST RATE OF A BANK LOAN

Summary. *The article is concerned with the concept of «credit», its impact on family budget, the possibility of obtaining additional funds for branching out or purchasing something expensive.*

ГОРБАТЕНКО А. А.

Государственное учреждение образования «Средняя школа № 27 г. Могилева»

Научный руководитель – Кириленко М. А., учитель математики

РЕШЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ В ЦЕЛЫХ ЧИСЛАХ

Аннотация. Работа исследовательского характера посвящена рассмотрению и исследованию некоторых видов алгебраических уравнений в целых числах. В данной работе представлены основные методы и способы решения диофантовых уравнений. Кроме того, теоретически обоснована и практически подтверждена целесообразность использования алгебраических уравнений в целых числах при решении некоторых олимпиадных задач.

Решение алгебраических уравнений сегодня – это область, которой посвящена многочисленная научная литература. Алгоритм решения алгебраических уравнений в целых числах разработан для линейных уравнений. Анализ даже простейшего нелинейного диофантова уравнения может представить огромные трудности. Такое уравнение может вообще не иметь решения, может иметь бесконечное множество решений, может обладать произвольным конечным числом решений.

Целью моей работы было изучение некоторых видов алгебраических уравнений в целых числах, методов их решения, теоретическое обоснование и практическое подтверждение целесообразности использования алгебраических уравнений при решении некоторых олимпиадных задач.

Объект исследования: алгебраические уравнения в целых числах (диофантовы уравнения).

Предмет исследования: методы решения диофантовых уравнений.

Были поставлены следующие **задачи**:

- проанализировать имеющуюся литературу по теме исследования;
- рассмотреть основные наиболее встречающиеся виды диофантовых уравнений;
- изучить методы решения некоторых диофантовых уравнений;
- применить приобретенные знания при решении конкретных алгебраических уравнений и систем алгебраических уравнений в целых числах.

Методы исследования:

- анализ литературы по теме исследования;
- сравнение и обобщение полученных результатов.

Мною были проанализированы учебники, учебные пособия, имеющиеся сборники задач, методическая литература по теме исследования. В работе рассмотрены основные виды диофантовых уравнений и методы их решения.

Линейное диофантово уравнение – это уравнение вида $ax + by = c$.

Наиболее часто встречающиеся в литературе виды нелинейных диофантовых уравнений:

- уравнение Пелля $x^2 - ay^2 = 1$;
- уравнение вида $x^2 + y^2 = z^2$;
- уравнение $axy - b(x + y) = c$;
- уравнение Туэ.

Также существуют уравнения, которые не относятся ни к одному из видов. Их относят к уравнениям повышенной сложности.

При решении диофантовых уравнений чаще всего используются следующие методы:

- метод полного перебора всех возможных значений переменных, входящих в уравнение;
- метод разложения на множители;
- метод, основанный на выражении одной переменной через другую и выделении целой части дроби;
- методы, основанные на выделении полного квадрата;
- метод решения уравнения с двумя переменными как квадратного относительно одной из переменных;
- метод, основанный на алгоритме Евклида;
- метод, основанный на теории цепных дробей;
- метод, основанный на теории сравнений.

В теоретической части работы дается общая характеристика алгебраических уравнений в целых числах и основных методов их решений в общем виде, а также представления рациональных и иррациональных чисел цепными дробями. Необходимость рассмотрения вопросов представления действительных чисел цепными дробями обусловлена тем, что в основных методах решения алгебраических уравнений применяются квадратичные иррациональности, а так же используются свойства подходящих дробей.

Проблема решения алгебраических уравнений в целых числах решена до конца для уравнений первой степени и для некоторых уравнений второй степени. В этой части работы приведены наиболее часто встречающиеся в литературе виды диофантовых уравнений.

Практическая часть работы посвящена решению конкретных алгебраических уравнений и систем алгебраических уравнений различными методами. Также мной были рассмотрены, проанализированы и решены некоторые олимпиадные задачи с помощью диофантовых уравнений.

Результаты данной работы могут быть использованы при изучении разделов математики, связанных с решением диофантовых уравнений, а также при подготовке к олимпиадам по математике.

Данный материал не претендует на законченность и в дальнейшем может совершенствоваться.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Бабинская, И. Л. Задачи математических олимпиад / И. Л. Бабинская. – Москва : Наука, 1975. – 112 с.
2. Базылев, Д. Ф. Справочное пособие к решению задач: Диофантовы уравнения / Д. Ф. Базылев. – Минск : НТЦ «АПИ», 1999. – 160 с.
3. Бугаенко, В. О. Уравнения Пелля / В. О. Бугаенко. – Москва : МЦНМО, 2001. – 32 с.
4. Бухштаб, А. А. Теория чисел / А. А. Бухштаб. – 2-е изд., исправленное – Москва : Просвещение, 1966. – 384 с.
5. Гельфонд, А. О. Решение уравнений в целых числах / А. О. Гельфонд. – Москва : Наука, 1989. – 63 с.
6. Гринько, Е. П. Методы решения диофантовых уравнений при подготовке школьников к олимпиадам / Е. П. Гринько, А. Г. Головач. – Брест : БрГУ им. А. С. Пушкина, 2013. – 181 с.
7. Шнеперман, Л. Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел / Л. Б. Шнеперман. – Минск : Выш. школа, 1982. – 223 с.

GORBATENKO A. A.

State Educational Establishment «Mogilev Secondary School № 40»

Scientific supervisor – Kirilenko M. A., the teacher of Maths

SOLVING OF ALGEBRAIC EQUATIONS IN INTEGERS

Summary. *The research work is devoted to the consideration and the study of some types of algebraic equations in integers. The basic methods and ways of solving of diophantine equations are represented in the article. Furthermore, the use fullness of algebraic equations in integers has been proved theoretically and confirm in practice in order to solve olympiad problems.*

ГОРОЩИК В. А.

Государственное учреждение образования
«Средняя школа № 40 г. Гродно»

Научный руководитель – Соколовская Г. Г., учитель физики

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ МАЯТНИКОВ

Аннотация. Колебательные движения широко распространены в окружающей жизни. Данная статья посвящена изучению механических колебаний на примере математического и пружинного маятников и их систем. Рассмотрена зависимость периода колебаний маятников и их систем от различных параметров и построены графики этой зависимости. Работа в выбранном направлении может быть продолжена и усовершенствована.

Введение. Колебательные движения широко распространены в окружающей жизни. Каждое тело порождает свою собственную уникальную частоту. Колеблются высотные здания и высоковольтные провода под действием ветра, маятник заведенных часов и автомобиль на рессорах во время движения, уровень реки в течение года и температура человеческого тела при болезни. Свободно колеблющиеся тела всегда взаимодействуют с другими телами и вместе образуют систему тел, которая получила название колебательной системы. Мы будем рассматривать колебательные системы, называемые маятниками.

Под словом «маятник» понимают твердое тело, совершающее под действием приложенных сил колебания около неподвижной точки или вокруг оси. [5]

Существует несколько типов маятников, я рассмотрю наиболее распространённые и интересные.

Математический маятник – это материальная точка, висющая на невесомой нерастяжимой нити. [7]

Период колебаний математического маятника определяется по формуле

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Мы видим, что период прямо пропорционален длине маятника и обратно

пропорционален ускорению свободного падения.

Следующий маятник, которым мы изучаем в школе, это пружинный.

Это груз, прикрепленный к пружине, массой которой можно пренебречь. [2] Пружинный маятник характеризуется массой тела и жесткостью пружины, поэтому период для такого маятника находится по формуле: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$

Цель исследования: изучение свободных механических колебаний на примере математического и пружинного маятников и их систем.

Задачи исследования:

- Определить период и частоту свободных механических колебаний различных колебательных систем и экспериментальное их подтверждение.

- Установить межпредметные связи в курсе физики и математики по теме: «Колебательные движения».

- Повысить практическую значимость, путем рассмотрения определённых физических явлений или технических проблем, возникших в различных областях деятельности человека, то есть определить период и частоту свободных механических колебаний различных колебательных систем и экспериментальное их подтверждение.

Объектом исследования является физическое приложение дифференциального исчисления, а именно свободные механические колебания.

В качестве **предмета** исследования выступают характеристики колебательного движения – период, частота колебаний.

Гипотеза исследования: возможно существует единое математическое описание различных колебательных систем и, зная законы колебаний, можно вывести формулы периода и частоты свободных механических колебаний различных колебательных систем и проверить их справедливость путем эксперимента в лабораторных условиях.

Основная часть. Движение, при котором состояния движущегося тела с течением времени повторяются, причём тело проходит через положение своего устойчивого равновесия поочерёдно в противоположных направлениях, называется механиче-

ским колебательным движением [5] Каждый законченный цикл колебательного движения, после которого оно вновь повторяется в том же порядке, называется полным колебанием тела [6].

Гармонические колебания – это колебания, происходящие под действием силы, пропорциональной смещению колеблющейся точки и направленной противоположно этому смещению [6].

Постоянные величины:

1. Т-период – это время одного полного колебания.

$$T = \frac{t}{N} \quad [T] = \text{с};$$

t – время всех колебаний; [t] = с;

N – число колебаний; [N] = 1.

2. ν – частота колебаний – число колебаний в секунду

$$\nu = \frac{N}{t}; \quad [\nu] = \text{Гц}.$$

3. ω – циклическая частота – число колебаний за 2π секунд

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

4. Связь периода и частоты: $T = \frac{1}{\nu}$ $\nu = \frac{1}{T}$

5. Амплитуда – наибольшее значение величины при колебаниях:

X_m – амплитуда координаты, V_m – амплитуда скорости, a_m – амплитуда ускорения, F_m – амплитуда силы.

Переменными величинами при колебаниях являются: координата, скорость, ускорение и сила.

Исследовательский этап

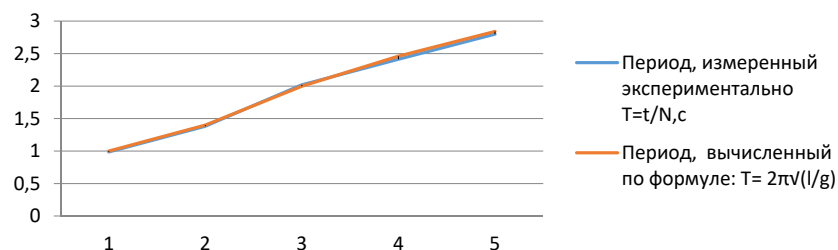
1. Исследование периода колебаний математического маятника от длины нити

N п/п	Длина нити l , м	Число колебаний, N	Время всех колебаний, t , с	Период колебаний $T = \frac{t}{N}$, с	$\frac{l}{l_1}$	$\frac{T}{T_1}$	$\sqrt{\frac{l}{l_1}}$
1	0,25	20	19,73	0,9865			
2	0,5	20	27,65	1,3825	2	1,4	1,4
3	1	20	40,36	2,018	4	2	2
4	1,5	20	48,24	2,412	6	2,445	2,449
5	2	20	56,11	2,8	8	2,84	2,83

Вывод: С увеличением длины нити период математического маятника возрастает и подчиняется зависимости: $T \sim \sqrt{l}$

N п/п	Длина нити l , м	Число колебаний, N	Время всех колебаний, t , с	Период, измеренный экспериментально $T = \frac{t}{N}$, с	Период, вычисленный по формуле: $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$
1	0,25	20	19,73	0,9865	1
2	0,5	20	27,65	1,3825	1,4
3	1	20	40,36	2,018	2,0
4	1,5	20	48,24	2,412	2,46
5	2	20	56,11	2,8	2,84

Вывод: периоды, вычисленные по формуле и экспериментально, приблизительно совпадают. Основную погрешность в измерение вносит значение ускорения свободного падения.



2. Исследование зависимости периода колебания пружинного маятника от его параметров

N п/п	Коэффициент упругости пружины, $K, \frac{H}{m}$	Масса груза, m, кг	Число колебаний, N	Время всех колебаний, t, с	Период колебаний $T = \frac{t}{N}, c$	$\frac{T_1}{T}$	$\sqrt{\frac{K}{K_1}}$
1	10	0,2	20	17,2	0,86		
2	15	0,2	20	14,4	0,72	1,19	1,2
3	25	0,2	20	10,2	0,51	1,68	1.6

Вывод: период колебания груза на пружине зависит от жесткости этой пружины, т.е. чем выше жесткость пружины, тем период колебаний меньше. Зависимость периода от жесткости пружины подчиняется закону $T \sim \sqrt{\frac{1}{K}}$

На основе проведенных опытов можно сделать вывод:

1. Период колебания математического маятника зависит от длины нити: с увеличением длины нити период колебания уменьшается, но не зависит от амплитуды колебания и массы груза.

2. Период колебания пружинного маятника зависит от жесткости пружины и массы груза: с увеличением жесткости период колебания уменьшается, а с увеличением массы груза – увеличивается, но не зависит от амплитуды колебания груза.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Вибрации в технике / Под ред. В. Н. Челомей. – М: Машиностроение, 1981. – 256 с.
2. Горелик Г. С. Колебания. – М.: Государственное издательство технико-теоретическое издательство, 1950. – С. 551.
3. Живая механика http://mirgorodsky.ru/mirgorodskiyal_statya/page08.html
4. История изучения колебаний <http://wiki.pskovedu.ru/index.php>
5. Колебания и волны. Оптика. Атомная и ядерная физика. – М.: Наука. Физматлит, 1995. – 656 с.
6. Механические колебания и волны <http://physics.ru/courses/op25part1/content/chapter2/section/paragraph1/theory.ht>

HOROSHCHIK V. A.

State institution of education «Secondary school No. 40 of Grodno»

MECHANICAL OSCILLATIONS OF PENDULARS

Summary. Oscillatory movements are widespread in the surrounding life. This article is devoted to the study of mechanical vibrations using the example of mathematical and spring pendulums and their systems. The dependence of the oscillation period of pendulums and their systems on various parameters is considered and graphs of this dependence are constructed.

ДОРОНКИН МЕХИЯ Н. И., ЖУЛЬЯНОВ Р. С.

Государственное учреждение образования «Гимназия № 2 г. Барановичи»

Научный руководитель – Ольховик А. Н., учитель математики высшей категории

ИНВЕРСИЯ И ЕЁ ПРИМЕНЕНИЕ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ОКРУЖНОСТЬ»

Аннотация. В исследовательской работе рассмотрены свойства инверсии, показано применение свойств инверсии при решении задач по теме «Окружность», приведено сравнение решения этих задач традиционным способом и с помощью инверсии.

ВВЕДЕНИЕ.

При решении задач по теме «Окружность» школьники часто сталкиваются с трудностями. Особенно, если это задачи повышенной трудности, олимпиадного характера. Одним из математических инструментов рационализирующим путь решения задач такого вида является **объект** нашего исследования – инверсия как преобразование плоскости. Геометрические построения вызывали интерес во все времена. В школьном курсе ранее рассматривались такие виды преобразований плоскости, как центральная симметрия, осевая симметрия, поворот, параллельный перенос, гомотетия. Важной особенностью этих преобразований является то, что отрезки преобразуются в отрезки, окружности в окружности, т.е. они сохраняют природу простейших геометрических образов. В 30-е годы XIX века начали изучать инверсию, как новое преобразование плоскости, отличающееся от других не прямолинейностью, т.е. преобразованием окружности в прямую, и наоборот. Она была введена немецким математиком Л. Магнусом однако встречается и в трудах выдающегося древнегреческого геометра Аполлония из Перги, например, в сочинении «О плоских геометрических местах». **Предметом** исследования стали свойства инверсии и их практическое применение при решении задач по теме «Окружность». Исследование проводилось с **целью** выявить эффективность применения метода инверсии. Для этого решались следующие **задачи**:

- 1) раскрыть основные свойства инверсии;
- 2) продемонстрировать применение инверсии при решении задач по теме «Окружность»;
- 3) сравнить стандартный способ решения и метод инверсии.

В качестве **методов** исследования были использованы: анализ, синтез, сравнение, обобщение, аналогия.

Гипотеза: знание свойств инверсии значительно упрощает (эффективно) при решении многих задач по теме «Окружность».

В первой главе работы вводится понятие преобразования плоскости инверсия, рассматривается доказательство основных ее свойств. Вторая глава содержит задачи с богатой историей, решенные двумя способами: традиционным и применяя инверсию. Рассмотренные задачи на доказательство ценны тем, что положили начало многочисленным исследованиям в математике.

ИНВЕРСИЯ И ЕЁ СВОЙСТВА

Пусть на плоскости α задана окружность S радиуса R с центром в точке O . Инверсией плоскости α относительно этой окружности называется отображение, при котором каждой точке A плоскости α , за исключением точки O , ставится в соответствие лежащая на луче OA точка A' такая, что $OA' = \frac{R^2}{OA}$. Такое преобразование также называют симметрией относительно окружности. Точка O называется центром симметрии, а число R^2 – степенью или коэффициентом инверсии.

Из определения видно, что при инверсии точки A и A' меняются местами, отображаясь друг на друга. Точки окружности S остаются на месте и других неподвижных точек нет. Можно отметить, что если точка A выбирается все ближе к точке O , то OA' будет неограниченно возрастать. Тогда можно сделать вывод, что инверсия как бы выворачивает внутренность круга на его внешность и, соответственно, внешность на внутренность. Это наблюдение наводит на мысль добавить к плоскости не принадлежащую ей «бесконечно удаленную точку» ∞ и считать, что при инверсии центр

О переходит в ∞ , а ∞ – в точку О. Тогда прямая, проходящая через центр инверсии, переходит в себя. При этом О и ∞ меняются местами. Прямая как бы проворачивается по плоскости: часть ее, находящаяся вне окружности переходит в диаметр окружности, а диаметр переходит в два луча вне окружности, причем точка О переходит в бесконечность, как бы соединяющую эти лучи.

Покажем способ построения точки A' , симметричной данной точке А относительно окружности С. Рассмотрим случай, когда точка А находится вне окружности. Проводим касательную АМ и из точки М опускаем перпендикуляр на ОА. Основание перпендикуляра – искомая точка A' .

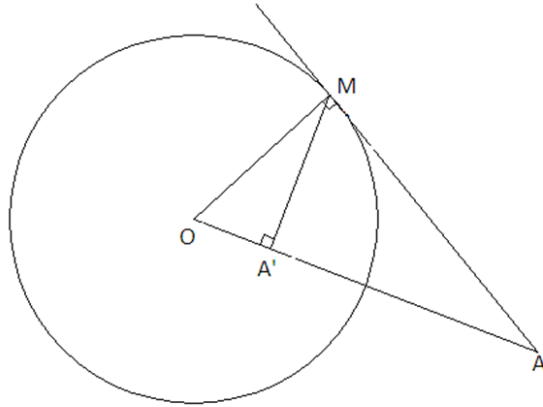


Рисунок 1.1

Действительно, получим подобные $\triangle OMA$ и $\triangle OA'M$ ($\angle O$ – общий, $\angle OMA$ и $\angle OA'M$ равны по 90°). Поэтому $\frac{OA}{OM} = \frac{OM}{OA'}$. Отсюда следует, что $OM^2 = R^2 = OA \cdot OA'$ и $OA' = \frac{R^2}{OA}$.

Если же точка А находится внутри окружности, то можно воспользоваться следующим способом построения: проводим прямую ОА и проходящую через точку А прямую а, перпендикулярную ОА. Точку пересечения прямой а с окружностью обозначим М. Через точку М проводим касательную b к окружности. Точка пересечения b и ОА есть искомая точка A' .

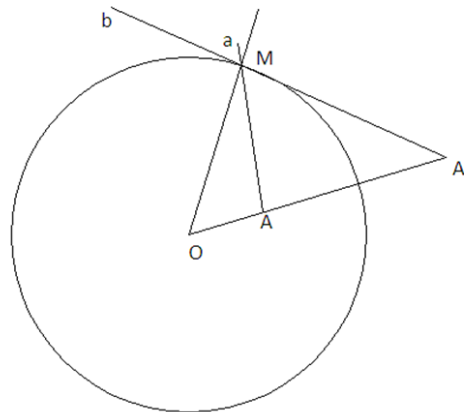


Рисунок 1.2

Свойства инверсии.

1. Прямая, не проходящая через центр инверсии переходит в окружность, проходящую через центр инверсии.
2. Окружность, проходящая через центр инверсии переходит при инверсии в прямую, не проходящую через точку О.
3. Окружность, не проходящая через центр инверсии, переходит при инверсии в окружность, не проходящую через центр инверсии.

4. Если две окружности или прямая и окружность касаются в точке отличной от центра инверсии, то их образы также касаются; если же точка касания совпадает с центром инверсии, то они переходят в параллельные прямые.

5. Инверсия сохраняет углы между окружностями и прямыми.

(Углом между окружностями называется угол между касательными к ним в точке пересечения. Углом между прямой и окружностью называется угол между прямой и касательной к этой окружности в их общей точке).

Пусть A' и B' образы точек A и B , полученные при инверсии относительно окружности S с центром в точке O . Тогда $A'B' = \frac{R^2 \cdot AB}{OA \cdot OB}$.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ИНВЕРСИИ

Рассмотрим решение нескольких непростых задач, применив традиционные методы и способ инверсии.

1. Теорема Птолемея.

Докажите, что в любом вписанном четырехугольнике $ABCD$ произведение длин диагоналей равно сумме произведений длин противоположных сторон:

$$AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD.$$

Доказательство.

1 способ. В четырехугольнике $ABCD$ построим $\angle ABE$ равный $\angle DBC$ (точка E лежит на диагонали AC). Тогда $\triangle ABE$ и $\triangle DBC$ будут подобны, так как $\angle ABE = \angle DBC$ по построению и $\angle BAC = \angle BDC$ как вписанные, опирающиеся на одну и ту же дугу.

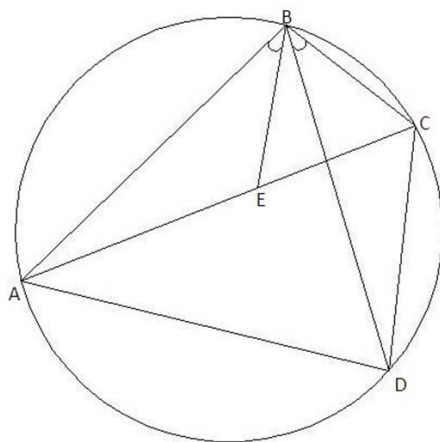


Рисунок 2.1

Следовательно, $\frac{AB}{BD} = \frac{AE}{DC}$, то есть

$$AB \cdot DC = AE \cdot BD. \quad (1)$$

Из подобия $\triangle BCE$ и $\triangle BDA$ ($\angle CBE = \angle DBA$, $\angle ECB = \angle ADB$) следует, что $\frac{BC}{BD} = \frac{EC}{AD}$ или

$$BC \cdot AD = EC \cdot BD. \quad (2)$$

Сложим равенства (1) и (2). Получим

$$AB \cdot DC + BC \cdot AD = AE \cdot BD + EC \cdot BD = (AE + EC) \cdot BD = AC \cdot BD.$$

Итак, $AB \cdot DC + BC \cdot AD = AC \cdot BD$, что и требовалось доказать.

2 способ.

Выполним инверсию с центром в вершине A . Тогда описанная около $ABCD$ окружность T перейдет в прямую T' . Вершины B, C, D – соответственно в B', C', D' точки на прямой T' , а точка A перейдет в ∞ . Следовательно,

$$B'D' = B'C' + C'D'. \quad (3)$$

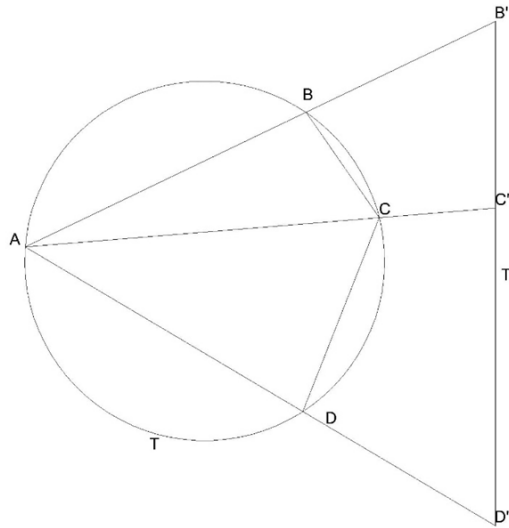


Рисунок 2.2

Пусть R^2 – коэффициент инверсии. Тогда

$$\left\{ \begin{array}{l} B'C' = \frac{R^2 \cdot BC}{AB \cdot AC}, \\ B'D' = \frac{R^2 \cdot BD}{AD \cdot AB}, \\ C'D' = \frac{R^2 \cdot CD}{AC \cdot AD}. \end{array} \right. \quad (4)$$

Подставим равенства (4) в (3). Имеем

$$\frac{R^2 \cdot BD}{AD \cdot AB} = \frac{R^2 \cdot BC}{AB \cdot AC} + \frac{R^2 \cdot CD}{AC \cdot AD},$$

Что и требовалось доказать.

2. Формула Эйлера.

Пусть r и R – радиусы вписанной T_1 и описанной T_2 окружностей $\triangle ABC$, а d – расстояние между центрами этих окружностей.

Доказать, что $d^2 = R^2 - 2 \cdot r \cdot R$.

Доказательство.

1 способ.

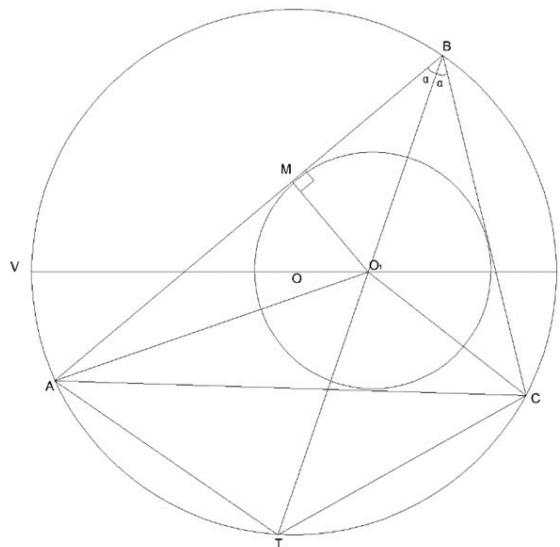


Рисунок 2.3

Пусть O и O_1 – центры описанной и вписанной окружностей. Биссектриса BO_1 пересекает описанную окружность в точке T , которая является серединой дуги AC ($\angle ABT$ и $\angle CBT$ равны α). Продлим OO_1 до пересечения с описанной окружностью. VL – диаметр описанной окружности.

$$VO_1 = R+d, LO_1 = R-d. \quad (5)$$

Используя свойство пересекающихся хорд, имеем

$$VO_1 \cdot LO_1 = BO_1 \cdot O_1T. \quad (6)$$

Из прямоугольного $\triangle BO_1M$ (M – точка касания вписанной окружности со стороной AB) получим

$$BO_1 = \frac{O_1M}{\sin \alpha}, \quad BO_1 = \frac{r}{\sin \alpha}. \quad (7)$$

Окружность, описанная около $\triangle ABC$, является описанной и около $\triangle TBC$. Тогда из $\triangle TBC$, используя следствие из теоремы синусов имеем

$$\frac{TC}{\sin \alpha} = 2 \cdot R, \quad TC = 2 \cdot R \cdot \sin \alpha.$$

Покажем, что $TC = TO = AT$ (задача о трилистнике).

Докажем вначале, что $\angle O_1AT = \angle AO_1T$.

$\angle AO_1T$ – внешний угол $\triangle AO_1B$. Тогда

$$\angle AO_1T = \angle BAO_1 + \angle O_1BA = 0,5 \cdot (\angle ABC + \angle BAC).$$

$$\angle O_1AT = \angle O_1AC + \angle CAT.$$

$\angle CAT = \angle CBT$ (вписанные, опирающиеся на одну и ту же дугу).

Значит, $\angle O_1AT = \angle O_1AC + \angle CBT = 0,5 \cdot (\angle ABC + \angle BAC)$.

Итак, $\angle O_1AT = \angle AO_1T$, то $\triangle O_1AT$ – равнобедренный. Тогда $AT = TO_1$.

$AT = TC$, так как $\angle ABT = \angle CBT$. Следовательно,

$$TO = TC = 2 \cdot R \cdot \sin \alpha. \quad (8)$$

Подставим выражения (5), (7), (8) в равенство (6).

$$(R+d) \cdot (R-d) = \frac{r}{\sin \alpha} \cdot 2 \cdot R \cdot \sin \alpha.$$

$$R^2 - d^2 = 2 \cdot r \cdot R,$$

$$d^2 = R^2 - 2 \cdot r \cdot R.$$

Формула Эйлера доказана.

2 способ.

Обозначим M, N, K – точки касания вписанной окружности со сторонами $\triangle ABC$. Сделаем инверсию относительно вписанной окружности T_1 . Тогда из способа построения точки симметричной заданной точке относительно окружности следует, что A, B, C треугольника ABC отобразятся на середине P, Q, R сторон $\triangle MNK$.

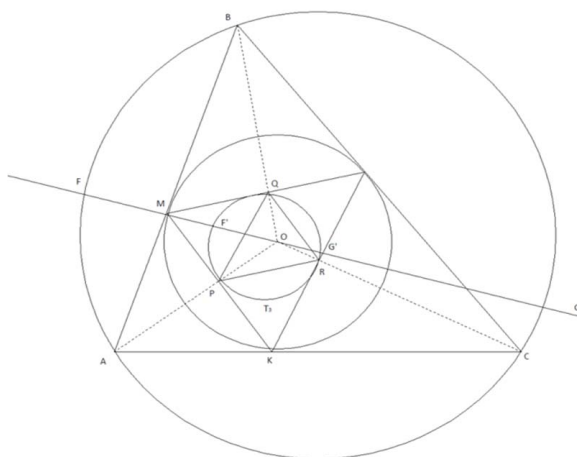


Рисунок 2.4

Тогда описанная окружность T_2 перейдет в окружность T_3 , описанную около ΔPQR . Сама окружность T_1 , описанная около ΔMNK , останется на месте. ΔPQR и ΔNKM подобны с коэффициентом, равным $\frac{1}{2} \left(\frac{PQ}{NK} = \frac{1}{2}, \frac{QR}{MK} = \frac{1}{2}, \frac{PR}{MN} = \frac{1}{2} \right)$. Поэтому радиус окружности T_3 равен $\frac{1}{2}r$, а диаметр тогда r . Проведем диаметр GF окружности T_2 , проходящей через центр O_1 вписанной окружности T_1 . При инверсии относительно T_1 точки G и F перейдут в G' и F' , лежащие на концах диаметра окружности T_3 , проходящего через точку O_1 .

Следовательно,

$O_1G' + O_1F' = r$ (диаметр окружности равен r). Так как, $O_1G' = \frac{r^2}{O_1G}$, $O_1F' = \frac{r^2}{O_1F}$, то

$$\frac{r^2}{O_1G} + \frac{r^2}{O_1F} = r. \text{ Очевидно, что } O_1G = R+d, O_1F = R-d. \text{ Тогда имеем, } \frac{r^2}{(R+d)} + \frac{r^2}{(R-d)} = r.$$

Умножим обе части равенства на $\frac{(R+d) \cdot (R-d)}{r}$.

$$r \cdot (R-d) + r \cdot (R-d) = R^2 - d^2,$$

$$R \cdot r - r \cdot R + r \cdot R + r \cdot d = R^2 - d^2,$$

$$2 \cdot r \cdot R = R^2 - d^2 \quad d^2 = R^2 - 2 \cdot r \cdot R.$$

Что и требовалось доказать.

3. Четыре окружности касаются друг друга внешним образом.

Докажите, что точки касания лежат на одной окружности.

Доказательство.

1 способ.

O_1, O_2, O_3, O_4 – центры заданных окружностей. Точки O_1, B, O_2 , точки O_1, A, O_4 , точки O_4, D, O_3 , точки O_2, C, O_3 лежат соответственно на одной прямой. $O_1O_2O_3O_4$ – выпуклый четырехугольник и $\angle O_1 + \angle O_2 + \angle O_3 + \angle O_4 = 360^\circ$.

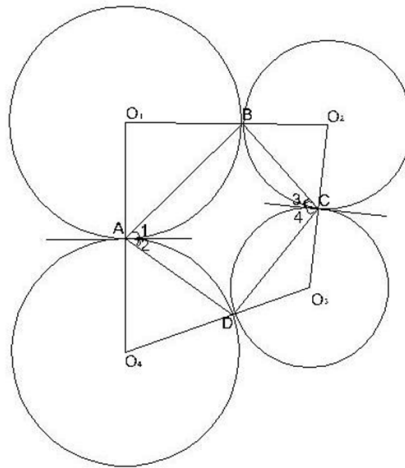


Рисунок 2.5

Рассмотрим четырехугольник $ABCD$. Проведем касательные через точки A и C . $\angle A = \angle 1 + \angle 2$.

$$\angle 1 = \frac{1}{2} \cdot \angle O_1 \text{ (как угол между касательной и хордой), } \angle 2 = \frac{1}{2} \cdot \angle O_4.$$

Значит,

$$\angle A = \frac{1}{2} (\angle O_1 + \angle O_4),$$

$$\angle C = \angle 3 + \angle 4,$$

$$\angle 3 = \frac{1}{2} \cdot \angle O_2,$$

$$\angle 4 = \frac{1}{2} \cdot \angle O_3.$$

Тогда, $\angle C = \frac{1}{2}(\angle O_2 + \angle O_3)$.

Следовательно, $\angle A + \angle C = \frac{1}{2}(\angle O_1 + \angle O_2 + \angle O_3 + \angle O_4) = \frac{1}{2} \cdot 360^\circ = 180^\circ$,

а $\angle B + \angle D = 360^\circ - (\angle A + \angle C) = 180^\circ$.

Так как суммы противоположных углов четырехугольника равны 180° , то этот четырехугольник вписан. А это значит, что точки лежат на одной окружности.

Что и требовалось доказать.

2 способ. Сделаем инверсию с центром в точке А. При этом данные окружности перейдут в пару параллельных прямых и две касающиеся окружности (свойство 4).

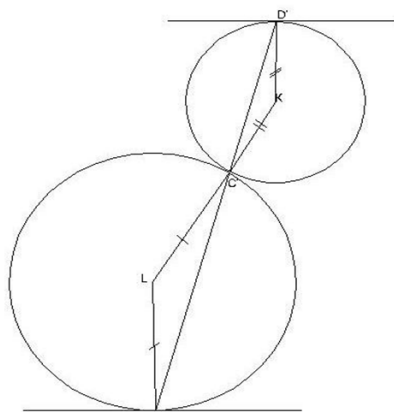


Рисунок 2.6

Докажем, что точки касания B' , C , D' лежат на одной прямой. Пусть K , L – центры полученных окружностей. Тогда $KD' \parallel LB'$, так как эти прямые перпендикулярны параллельным прямым. Поэтому $\angle D'KC' = \angle B'LC'$.

Отсюда $\angle KC'D' = 90^\circ - \frac{1}{2} \cdot \angle D'KC' = 90^\circ - \frac{1}{2} \cdot \angle B'LC' = \angle LC'B'$.

Следовательно, точка C' лежит на отрезке $B'D'$. Применив еще раз инверсию, получим, что окружность, проходящая через B , C , D (т.е. образ прямой $B'C'$), содержит и центр инверсии – точку A .

Рассмотренные примеры показывают эффективность способа инверсии. Это преобразование позволяет решать задачи, даже подступиться к которым на первый взгляд трудно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Проведенное нами теоретическое и практико-ориентированное исследование позволяет сделать выводы:

1) инверсия плоскости относительно окружности с центром в точке O есть преобразование плоскости, при котором каждой точке A , за исключением точки O , ставится в соответствие лежащая на луче OA точка A' такая, что $OA' = \frac{R^2}{OA}$ и обладающее рядом свойств, позволяющими преобразовывать вращательное движение в прямолинейное;

2) владение методами инверсии помогает более простыми способами достичь результатов, позволяет решать задачи, даже подступиться к которым на первый взгляд трудно (что говорит о эффективности метода инверсии).

Новизна работы заключается в том, что рассмотренное преобразование плоскости не входит в класс основных преобразований, изучаемых когда-либо в школе. Хотя знаний школьного курса вполне достаточно для изучения этого преобразования и овладения методами инверсии при решении задач. Материалы работы могут быть использованы при организации работы с одаренными детьми, подготовке к олимпиадам.

Метод инверсии, как уже отмечалось, дает возможность решать геометрические задачи быстрее и рациональнее, что позволяет не только сэкономить время, но

и представить красивое решение. Наверняка, все возможности этого метода ещё не востребованы на практике, поэтому данной тематике следует уделять значительно больше внимания, т. к. она обладает нестандартными восприятиями геометрических объектов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Амелькин, В. В. Геометрия на плоскости: учебное пособие по математике / В. В. Амелькин, В. Л. Рабцевич, В. Л. Тимохович. – Минск: «Аскар», 2003. – 592 с.
2. Прасолов, В. В. Задачи по планиметрии: учебное пособие / В. В. Прасолов. – М. МЦНМО: ОАО «Московские учебники», 2006. – 640 с.
3. Савин, А. А. «Инверсия и окружность Аполлония». Журнал «Квант», № 8, 1971.
4. www.e-maxx-ru/lgb/ru/algo/geometric-inversion.

DORONKIN MEKHIYA N., ZHULYANOV R.

State educational establishment «Gymnasia № 2 Baranovichi»

Scientific supervisor – Olkhovik A., the teacher of mathematics
of the highest category

INVERSION AND ITS USE IN SOLVING THE PROBLEMS ON THE THEME «CIRCUMFERENCE»

Summary. *This research project shows the usage of inversion in solving problems on the theme «Circumference» and comparison of solving these problems in a traditional way and with the help of inversion.*

ДОРОШЕНКО В. В.

Государственное учреждение образования «Средняя школа № 11 г. Пинска»

Научный руководитель – Козубовская А. И., учитель математики

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ ВАРИНЬОНА

Аннотация. Проведенное исследование, является дополнением и углубление материала школьного курса геометрии 8 класса по теме «Четырехугольники». В работе рассказывается о Пьере Вариньоне и его достижениях, рассмотрено доказательство теоремы Вариньона и следствий из нее, а также показано применение теоремы Вариньона для решения задач планиметрии различной сложности. Актуальность данной работы состоит в том, что теорема Вариньона не изучается в школьном курсе геометрии, а предлагается в форме ключевой задачи.

Введение.

Одним из самых сложных предметов в школе является геометрия, а задачи на доказательство – это громоздкие записи и пояснения, которые требуют не только прочных знаний, но и значительной траты времени. Поэтому всегда важно найти факты, которые помогут легко выбрать верное и рациональное решение. Очень ценными в учебнике геометрии являются ключевые задачи, которые позволяют решать задания для самостоятельного выполнения более рациональным способом. Особый интерес вызвали ключевые задачи к параграфу 8 в главе 1 «Четырехугольники» [1]. Поэтому я решила более подробно изучить историю данного факта и его применение для рационального решения задач.

Основная часть. Пьер Вариньон (1654–1722) – французский математик, член Парижской Академии наук, профессор математики. Вариньон был другом известных ученых своего времени: Ньютона, Лейбница и Бернулли. Он готовился к религиозной деятельности, но, изучая сочинения Евклида и Декарта, увлекся математикой и механикой.

Вариньон написал учебник по элементарной геометрии (издан в 1731), вывел очень важную теорему, позволяющую решать сложные геометрические задачи более простыми методами. Он первым обратил внимание на довольно очевидный факт: середины сторон произвольного четырехугольника являются вершинами параллелограмма. В дальнейшем полученный параллелограмм назвали параллелограмм Вариньона.



Возьмем нужные нам теоретические сведения.

Бимедианы четырехугольника – это отрезки, соединяющие середины противоположных сторон [4]. (В учебнике геометрии понятие бимедианы четырехугольника не изучается, но вводится понятие – средняя линия четырехугольника).

Теорема Вариньона: «Четырехугольник, образованный путем последовательного соединения выпуклого четырехугольника, является параллелограммом [2].

Следствия из теоремы.

Следствие 1

а) Если в четырёхугольнике диагонали равны, то параллелограмм Вариньона является ромбом. Справедливо обратное утверждение.

б) Если в четырёхугольнике бимедианы перпендикулярны, то параллелограмм Вариньона является ромбом. Справедливо обратное утверждение [2].

Следствие 2

а) Если в четырёхугольнике диагонали перпендикулярны, то параллелограмм Вариньона является прямоугольником. Справедливо обратное утверждение.

б) Если в четырёхугольнике бимедианы равны, то параллелограмм Вариньона является прямоугольником. Справедливо обратное утверждение [2].

Следствие 3

а) Если в четырёхугольнике диагонали равны и перпендикулярны, то параллелограмм Вариньона является квадратом. Справедливо обратное утверждение.

б) Если в четырёхугольнике бимедианы равны и перпендикулярны, то параллелограмм Вариньона является квадратом. Справедливо обратное утверждение [2].

Следствие 4

Периметр параллелограмма Вариньона равен сумме длин диагоналей исходного четырехугольника [2].

Следствие 5

Площадь параллелограмма Вариньона равна половине площади данного четырехугольника [4].

Следствие 6

Бимедианы четырехугольника и отрезок, соединяющий середины диагоналей, пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам [4].

Следствие 7 (теорема о бабочках)

Суммы площадей накрест лежащих четырехугольников, образованных пересечением бимедиан LN и KM выпуклого четырехугольника ABCD равны [4].

Рассмотрим решение задач из учебника «Геометрия» [1].

Задача 1 (задания к параграфу 8, ключевые задачи)

Доказать, что середины сторон четырехугольника являются вершинами параллелограмма (теорема Вариньона).

Следствия [1].

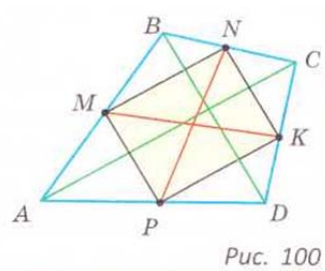
1. Если диагонали AC и BD равны, то MNKP – ромб и отрезки МК и PN взаимно перпендикулярны (рис. 100).

2. Если отрезки МК и PN взаимно перпендикулярны, то MNKP – ромб и диагонали AC и BD равны.

3. Если диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны, то MNKP – прямоугольник, и отрезки МК и PN равны.

4. Если отрезки МК и PN равны, то MNKP – прямоугольник и диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны.

(Предложенные следствия являются следствиями из теоремы Вариньона). (№ 111, [1])

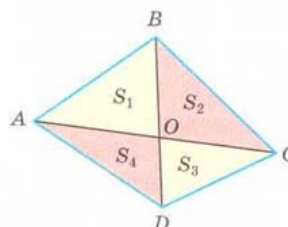


Докажите, что середины сторон ромба являются вершинами прямоугольника.

Доказательство.

Диагонали ромба перпендикулярны, поэтому середины сторон ромба являются вершинами прямоугольника.

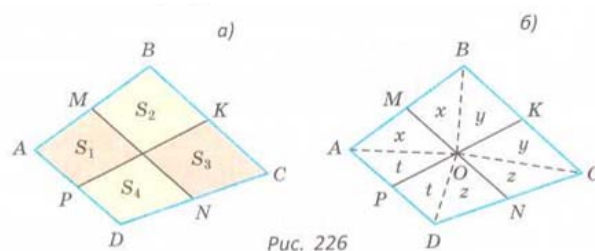
Задача 2. Выпуклый четырехугольник ABCD разделен диагоналями на четыре треугольника (рис. 224). Доказать, что произведения площадей противоположных треугольников равны, т.е. $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$.



Доказательство.

Треугольники ABO и CBO имеют общую высоту, проведенную из вершины B. Поэтому их площади относятся как основания, т.е. $S_{ABC} : S_{BCO} = S_1 : S_2 = AO : OC$. Аналогично $S_{ADO} : S_{CDO} = S_4 : S_3 = AO : OC$. Отсюда $S_1 : S_2 = S_3 : S_4$, $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$.

Задача 3. Выпуклый четырехугольник разделен средними линиями (отрезками, соединяющими середины его противоположных сторон) на четыре четырехугольника (рис. 226, а). Доказать, что суммы площадей противоположных четырехугольников равны, т.е. $S_1+S_3=S_2+S_4$.



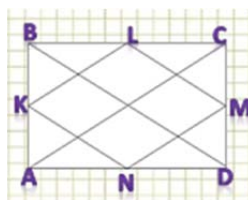
Доказательство.

Соединим точку О пересечения средних линий MN и PK с вершинами А, В, С, D (рис. 226, б). В треугольнике АОВ отрезок OM – медиана. Медиана делит треугольник на два равновеликих треугольника. Поэтому $SAOM=SBOM=x$. Аналогично, $SBOK=SCOK=y$, $SCON=z$, $SPOA=SPOD=t$. Так как $S_1+S_3=x+t+y+z$, $S_2+S_4=x+y+z+t$, то $S_1+S_3=S_2+S_4$. Доказано.

Сравним способы решения задач с использованием теоремы Вариньона и без ее использования.

Задача 1 [2]

Докажите, что середины сторон прямоугольника являются вершинами ромба. И наоборот.



Доказательство.

1-й способ (теорема Вариньона не используется)

1. AC – диагональ. KL – средняя линия $\triangle ABC$. NM – средняя линия $\triangle ADC$. Треугольники ABC и ADC равны по третьему признаку равенства треугольников ($AB=DC$, $BC=DC$, AC – общая сторона), значит, $KL=NM$. Также $KL \parallel NM$ ($AC \parallel NM$, $AC \parallel KL$), значит, KLMN – параллелограмм.

2. Из пункта 1 следует, что $KL=NM$. Аналогично можно доказать, что $LM=KN$.

3. ABCD – прямоугольник, значит, $AC=BD$, тогда $KL=LM=MN=NK$, следовательно, KLMN – ромб.

2-й способ (с использованием теоремы Вариньона)

а) Диагонали прямоугольника равны, поэтому середины сторон прямоугольника являются вершинами ромба (следствие 1а);

б) Стороны прямоугольника перпендикулярны, поэтому бимедианы перпендикулярны, тогда середины сторон прямоугольника являются вершинами ромба (следствие 1б).

Задача 2 [2]

У четырехугольника диагонали равны а и b. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырехугольника.

Решение.

1-й способ (теорема Вариньона не используется)

1. Докажем, что KLMN – параллелограмм.

2. $KL \parallel AC \parallel NM$, $KL=NM=0,5AC$ а $LM \parallel BD \parallel KN$ а $LM=KN=0,5BD$

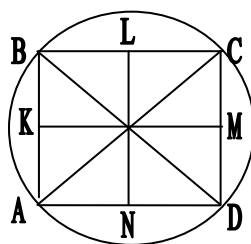
3. $P(ABCD)=KL+NM+LM+KN=0,5AC+0,5AC+0,5BD+0,5BD=BD+AC=a+b$.

2-й способ (с использованием теоремы Вариньона)

Периметр параллелограмма Вариньона равен $a+b$.

Задача 3 (II этап республиканской олимпиады по математике в 2016/2017 учебном году, 8 класс).

В круг вписан прямоугольник. Середины сторон прямоугольника последовательно соединены отрезками. Доказать, что периметр образовавшегося четырехугольника равен удвоенному диаметру данного круга.



Решение.

1-й способ (теорема Вариньона не используется).

В $\triangle ABC$ KL – средняя линия, значит, $KL = 1/2 AC$ и параллельна AC (по свойству средней линии треугольника), то есть половине диаметра круга. Аналогично докажем, что каждая из сторон четырехугольника $KLMN$ равна половине диаметра круга, то есть все стороны четырехугольника $KLMN$ равны. Тогда $KLMN$ – ромб. Вычислим его периметр: $PKLMN = 4KL = 4 \cdot 1/2 AC = 2AC$.

2-й способ (с использованием теоремы Вариньона).

$KLMN$ – параллелограмм Вариньона, который вписан в прямоугольник $ABCD$, тогда $KLMN$ – ромб (следствие 1), а $PKLMN = 4KL = 4 \cdot 1/2 AC = 2AC$.

Закключение.

Легче найти доказательство, приобретя сначала некоторое понятие о том, что мы ищем, чем искать такое доказательство без всякого предварительного знания (Пифагор).

Пьер Вариньон жил в XVIII веке, но его теорема актуальна и в наши дни. Исследование показало, что, зная теорему Вариньона и следствия из нее, можно легко решить многие задачи как школьного курса, так и задачи повышенной сложности.

Работа может быть использована учащимися и учителями математики для проведения факультативных занятий, при подготовке к экзаменам и централизованному тестированию, к участию в математических конкурсах и олимпиадах.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Геометрия: Учебное пособие для 8 класса учреждений общего среднего образования / В. В. Казаков, – Минск: «Народная асвета», 2018.
2. Теорема Вариньона. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://nsportal.ru/ap/library/drugoe/2016/04/15/proekt-teorema-varona-i-ee-prakticheskoe-primenenie> – Дата доступа: 11.09.2018.
3. В. Вавилов, П. Красников. Бимедианы четырехугольника // Математика. 2006 – № 22.
4. Прасолов В. В., задачи по планиметрии. – Т. 1, 2. – М.: Наука.

DOROSHENKO V. V.

State institution of education «Secondary school No. 11 of Pinsk»

PARALLELOGRAM OF VARNION

Summary. The study is an addition and deepening of the material of the school course of geometry of grade 8 on the topic «Quadrangles». The work tells about Pierre Varignon and his achievements, and it is also considered considers the proof of the Varignon theorem and its consequences, and also shows the application of the Varignon theorem for solving planimetric problems of varying complexity. The relevance of this work is that the Varignon theorem is not studied in the school course on geometry geometry, but is proposed in the form of a key problem.

ЗОНТОВА Н. В.

Государственное учреждение образование
«Средняя школа № 8 города Кричева»

Научный руководитель – Евсеенко О. Н., учитель физики

АНАЛИЗ ЭКОНОМНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭНЕРГОРЕСУРСОВ ПРИ ЕЖЕНЕДЕЛЬНОЙ УБОРКЕ В КВАРТИРЕ

Аннотация. Проблема разумного использования энергии является одной из наиболее острых проблем человечества. Современная экономика основана на использовании энергетических ресурсов, запасы которых истощаются и не возобновляются. Но даже не это главное. Современные способы производства энергии наносят непоправимый ущерб природе и человеку. Ключевую роль в предотвращении экологической катастрофы играет энергосбережение. Проблема разумного использования энергии – одна из наиболее острых проблем человечества. Данная статья посвящена исследованию экономии энергоресурсов во время еженедельной уборки в квартире. В ходе изучения различных литературных источников были систематизированы способы экономии энергоресурсов при уборке. Проведен сравнительный анализ экономии энергоресурсов и денежных средств с учетом и без учета энергосберегающих мероприятий. Исследование, проведенное в работе, показало значительную экономию электроэнергии и холодной воды, что подтвердило гипотезу, поставленную в начале работы.

Введение

Вы когда-нибудь задумывались над тем, зачем вообще наводить порядок и какая реальная польза от уборки?

Здоровая семья – самое очевидное преимущество, ведь состояние всего дома способно незаметным образом влиять на здоровье всей семьи. Бактерии, которые живут на грязных кухонных поверхностях, плесень и грибок в ванной, пыль и шерсть домашних животных на мебели и коврах могут вызвать все – от аллергии до приступов астмы. Регулярные ритуалы по очищению дома значительно снижают потенциальную возможность возникновения этих заболеваний [1].

Кроме здоровья, уборка в доме может приносить и экономию энергоресурсов и денежных средств.

Цель исследования: расчет экономии энергоресурсов и денежных средств при уборке в квартире.

Задачи исследования:

1. Изучить различные способы экономии воды и электроэнергии при уборке в квартире.
2. Провести еженедельные уборки без энергосберегающих мероприятий и с учетом энергосберегающих мероприятий.
3. Рассчитать экономию воды, электроэнергии и денег при уборке в доме.

Объект исследования: рациональное использование энергоресурсов в быту.

Предмет исследования: экономия энергоресурсов при их рациональном использовании.

Гипотеза: введение энергосберегающих мероприятий при уборке в доме способствует уменьшению потребления энергоресурсов и денежных средств.

Методы исследования: наблюдение, эксперимент, анализ.

Основная часть

Виды уборок в доме. Проще всего уборку дома можно разделить на виды по периодичности ее проведения. Выделить можно такие мероприятия:

- ежедневная или текущая простая уборка, состоящая из утренней и вечерней уборки;
- еженедельная уборка, проводимая в основном в выходные дни;
- генеральная уборка, периодичность проведения раз в месяц;
- сезонная уборка, проводимая два раза в год, весенняя и осенняя стадии.

Исследование по экономии энергоресурсов я и моя семья проводила во время еженедельной уборки.

За неделю в доме скапливается достаточно пыли и грязи, чтобы во время еженедельной уборки нам было чем заняться. Во время стандартных выходных мы при-

нимаемся за наведение чистоты: пылесосим, моем пол, протираем пыль, убираем ванную и туалет, чистим холодильник.

Способы экономии энергоресурсов при еженедельной уборке в доме

Любая хозяйка скажет, что главным помощником в борьбе за чистоту является именно пылесос. Он не только избавит полы и ковры от мусора, но и справится с пылью, поможет в чистке батарей и других труднодоступных мест, а отдельные экземпляры могут взять на себя даже мытье пола.

Работать пылесос непрерывно должен не более одного-полутора часов. Делайте перерывы в работе с пылесосом.

Если вы почувствовали, что тяга пылесоса уменьшилась, то это явный сигнал, что пора чистить пылесборник. Не ждите полного окончания уборки, очищайте пылесос сразу после уменьшения тяги.

Если вам необходимо пропылесосить шторы, занавеси или ковер со «слабым» ворсом, то воспользуйтесь устройством регулирования расхода воздуха [2].

В процессе уборки следует контролировать водный поток из крана. Необходимо его постоянное перекрытие даже при ежеминутном споласкивании тряпок. В данном случае следует помнить о минимальном минутном водном расходе в 12 литров.

Диваны и кресла, ковровые покрытия не выносите на улицу. Поэтому хорошим способом избавления мягкой мебели от пыли является выбивание через мокрую шерстяную ткань. Её укладывают на поверхность мебели, сверху кладут сухую чистую тряпку и выбивают, как ковёр. Скопившаяся в волокнах мебели пыль оседает на влажную ткань, а сухая тряпка впитывает влагу. После использования материал необходимо хорошо просушить, проветрить комнату [3].

Определение количества энергоресурсов в ходе еженедельной уборки в доме без энергосберегающих мероприятий

Наша семья живет в двухкомнатной квартире, которая включает гостиную, прихожую комнату, спальню, кухню, ванну, санузел. В гостиной, прихожей, ванной и санузле лежат на полу ковры, остальное пространство уложено ламинатом. При уборке мы используем пылесос Samsung TWIN Chamber System. Максимальная потребляемая мощность 1600 Вт.

Без энергосберегающих мероприятий на чистку ковров пылесосом мне понадобилось 5 мин в гостиной, в прихожей – 7 мин, так как там песок и пылесосить нужно лучше, на санузел – 1 мин и на ванну – 1 мин. Мощность всасывания 1600 Вт.

На пол с ламинатом в гостиной понадобилось 6 мин, в прихожей – 4 мин, так как там песок и пылесосить нужно лучше, на кухню – 3 мин. Мощность всасывания 1600 Вт.

В квартире есть мягкая мебель, которая требует уборки пылесосом. Диван и кресло в гостиной пришлось пылесосить около 6 мин при мощности 1600 Вт.

Таким образом, на уборку поверхностей пылесосом в квартире без энергосберегающих мероприятий ушло 33 мин при мощности 1600 Вт, что составляет $E = P \cdot t = 1600 \text{ Вт} \cdot 33 \cdot 60 \text{ с} = 3168000 \text{ Дж}$ электроэнергии. С учетом того, что $1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 3600000 \text{ Дж}$, количество электроэнергии в кВт·ч равен 0,88 кВт·ч.

Влажная уборка в квартире включает протирание пыли и мытье пола. Тряпку для протирания пыли я мыла под струей холодной воды, собирая воду в таз. За все время в таз натекло 6 литров холодной воды.

При влажной уборке пола также тряпку мыли под струей воды и воду собирали в таз. Натекло 9 литров холодной воды.

В общем, за время еженедельной уборки в квартире было затрачено 15 литров холодной воды и 0,88 кВт·ч электроэнергии.

Определение количества энергоресурсов в ходе еженедельной уборки в доме с учетом энергосберегающих мероприятий

Перед тем как пылесосить, ковры в комнатах были почищены, для того, чтобы грязь, которая скопилась ниже ворса ковра, «поднялась» вверх, и ее можно было собрать в ручную, и потом будет легче пылесосить.

После того, как ковры были почищены щеткой, в зале на уборку понадобилось 3 мин, в прихожей – 5 мин, в санузле 20 с и в ванне 25 с. Мощность всасывания 1600 Вт.

Перед дальнейшей уборкой пылесос был отключен. Мотор пылесоса за это время был охлажден. За это время был почищен пылесборник. За все время уборки пылесборник был очищен два раза.

Данные действия помогли уменьшить время уборки ламината в квартире. На пол в зале мне понадобилось 5 мин, в прихожей – 3 мин, на кухне уборка заняла 2 мин. Мощность всасывания была уменьшена до 1300 Вт.

Диван и кресло были убраны вообще без пылесоса. Для этого я ложу влажную пеленку на диван, закрываю сухой пеленкой и выбиваю. Таким образом, избавляюсь от пыли.



Фото 1. Уборка мягкой мебели без пылесоса

В ходе уборки поверхностей пылесосом с учетом энергосберегающих мероприятий было затрачено 8 мин 45 с при мощности 1600 Вт и 10 мин при мощности 1300 Вт. Общее время уборки пылесосом – 18 мин 45 с. Количество электроэнергии составило $E = (8 \cdot 60 + 45) \cdot 1600 + 10 \cdot 60 \cdot 1300 = 1620000$ Дж, или 0,45 кВт·ч.

С целью экономии холодной воды при влажной уборке было решено, набирать воду в таз и полоскать тряпку в тазу, а не под краном с водой. Это позволило уменьшить количество холодной воды на уборку. Таким образом, на вытирание пыли с поверхностей было израсходовано 4 л. холодной воды, на мытье пола – 6 л. холодной воды. В целом на влажную уборку в пошло 10 л. холодной воды.

Таким образом, во время еженедельной уборки с учетом энергосберегающих мероприятий было затрачено 10 л. холодной воды и 0,45 кВт·ч электроэнергии.

Сравнительный анализ экономии энергоресурсов и денежных средств в ходе еженедельной уборки в квартире

По итогам еженедельных уборок были получены следующие результаты:

Таблица 1. Результаты еженедельных уборок в квартире

Виды уборок	Количество холодной воды, л.	Количество электроэнергии, кВт·ч.
Еженедельная уборка без энергосберегающих мероприятий	15	0,88
Еженедельная уборка с учетом энергосберегающих мероприятий	10	0,45

Из таблицы видно, что при еженедельной уборке с учетом энергосберегающих мероприятий количество холодной воды и электроэнергии уменьшилось. Экономия составила 5 л. холодной воды и 0,43 кВт·ч электроэнергии.

В денежном выражении с учетом тарифов на холодную воду и электроэнергию (1 м³ холодной воды стоит 0,8338 руб., 1 кВт·ч – 0,1746 рублей) экономия составила 0,004 рубля за воду и 0,075 рублей за электроэнергию.

В общем, экономия денежных средств составила 0,079 рублей, или почти 8 копеек. Сумма не большая, но надо понимать, еженедельные уборки нужно проводить постоянно, поэтому количество сэкономленных денег возрастет.

Заключение. В результате работы цель была достигнута. Экономия энергоресурсов и составила 5 л. холодной воды и 0,43 кВт·ч электроэнергии, денежных средств – 8 коп.

Для достижения цели были решены поставленные задачи. Изучены различные способы экономии воды и электроэнергии при уборке в квартире. Проведены ежене-

дельные уборки без энергосберегающих мероприятий и с учетом энергосберегающих мероприятий. Произведен расчет экономии воды, электроэнергии и денег при уборке в доме.

Гипотеза об уменьшении энергоресурсов и денежных средств во время уборки была подтверждена.

Практическая значимость работы заключается:

- в улучшении условий проживания в квартире;
- в поддержании здоровья всей семьи;
- в экономии энергоресурсов и денежных средств.

Использованные в работе рекомендации по энергосберегающей уборке были распространены среди школьного сообщества во время школьной научно-практической конференции учащихся в мае 2019 г.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Зачем убираться в доме: 7 удивительных преимуществ порядка [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://uyutnyj-dom.info/uborka/zachem-ubiratsya-v-dome-7-udivitelnyh-preimushhestv-poryadka.html>. Дата доступа: 06.07.2019 г.
2. Правила эксплуатации пылесоса [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://domovenokk.ru/obslyuzhivanie-tehniki/pravila-ekspluatatsii-pylesosa>. Дата доступа: 07.04.2019 г.
3. Как обходиться без пылесоса при уборке квартиры? Режим доступа: <https://technosova.ru/dlja-chistoty-i-porjadka/pylesos/uborka-bez-pylesosa/> Дата доступа: 07.04.2019 г.
4. Работа и мощность электрического тока. Работа тока [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://infourok.ru/videouroki/479> Дата доступа: 10.04.2019 г.
5. Работа тока [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://jelectro.ru/teoriya/rabota-toka.html>. Дата доступа: 10.04.2019 г.

ZONTOVA N.

State Educational Establishment «Krichев Comprehensive School No. 8»

Scientific supervisor – Yevseyenko O., teacher of physics

THE ANALYSIS OF THE EFFICIENT USE OF ENERGY RESOURCES DURING APARTMENT WEEKEND CLEANING

Summary. *The problem of the efficient use of energy is one of the key problems of humanity. The modern economy is based on the use of resources, whose reserves are depleted and not renewed. Although it is not even the main thing. Modern methods of energy production cause irreparable damage to nature and man. Energy-saving plays a key role in preventing an environmental disaster. The problem of the rational use of energy is one of the key problems of mankind. This article is devoted to the study of energy savings during apartment weekend cleaning. In the course of studying various literary sources, methods of saving energy resources during cleaning were systematized. A comparative analysis of the saving of energy resources and money with and without energy conservation measures is carried out. The study conducted in the work showed significant savings in electricity and cold water, which confirmed the hypothesis, set at the beginning of the work.*

КОРОТКЕВИЧ М. Д.

Государственное учреждение образования «Средняя школа № 1 г. Любани»

Научный руководитель – Власовец В. М., учитель математики и информатики,
Государственное учреждение образования «Загальский учебно-педагогический
комплекс детский сад-средняя школа Любанского района»

ИЗУЧАЕМ PASCALABC.NET: РОБОТ

Аннотация. В данной статье рассмотрены возможности составления программ для решения не только стандартных проверяемых заданий исполнителя Робот в PascalABC.NET, но и для создания своих процедур с обстановками и их решениями. Для желающих изучать PascalABC.NET с помощью исполнителя Робот.

Введение. В школе учащиеся 7 класса изучают исполнитель Робот в среде программирования PascalABC.NET. Знакомятся с основными алгоритмическими конструкциями и используют их при решении стандартных проверяемых встроенных заданий для исполнителя Робот. Робот – наилучший вариант изучения и применения основных алгоритмических конструкций и их комбинаций: следование, ветвление, циклы, вложенные циклы, циклы и ветвление.

Постановка задачи. Исполнитель Робот действует на прямоугольном клеточном поле – это среда обитания исполнителя. Большой желтый квадрат изображает Робота, маленький желтый квадрат – конечное положение Робота. Между некоторыми клетками, а также по периметру поля находятся стены. Черными точками могут быть помечены клетки, которые надо закрасить. Могут быть клетки закрашенными. Всё это составляет обстановку Робота. Основная цель Робота – закрасить помеченные клетки и переместиться в конечную клетку, минуя стены.

Составить и разработать собственные обстановки Робота и решить их.

Цель работы. Изучение языка Pascal через исполнителя Робот, составление программ, процедур для разработанных обстановок, решение новых обстановок для исполнителя Робот в программе PascalABC.NET.

Основные задачи работы:

- ознакомиться с командами для создания новых своих обстановок Робота;
- разработать и создать свои обстановки (задания) для исполнителя Робот;
- решение своих же созданных заданий;
- изменение цвета Робота.

Основная идея работы. Решение задач с готовыми обстановками Робота и своими разработанными обстановками Робота с целью изучения Pascal.

Методы исследования. Сравнение, сопоставление, анализ, синтез, обобщение.

Программы и обстановки составлены в PascalABC.NET v3.3. Для работы необходимо установить платформу Microsoft.NETFramework 4.

Основная часть. С помощью команд и условий исполнителя Робот можно решить 129 встроенных стандартных проверяемых заданий по 9 группам:

В группе *a* – вводные задания, линейные программы – 4 задания, в группе *c* – цикл с параметром – всех 16 заданий; в группе *if* – логические выражения – 11 заданий; в группе *w* – циклы с условием – 17; в *cif* – циклы + логические выражения – 22 задания; группа *count* – переменные-счетчики – 17 заданий; в группе *cc* – вложенные циклы – 19; группа *p* – процедуры без параметров – 15 заданий; в группе *pp* – процедуры с параметрами – 8.

Справка исполнителя Робот подробно даёт описание по созданию своей группы, например, *myrob* и по созданию новых своих обстановок.

Сначала разрабатываем обстановки на бумаге. Затем приступаем к созданию своих обстановок для исполнителя Робот. Чтобы создать обстановку, необходимо использовать следующие процедуры модуля RobotTaskMaker – Робот-постановщик обстановок:

Field(szx, szy: integer) – задает поле Робота размера *szx* на *szy* клеток.

HorizontalWall(x, y, len: integer) – создает горизонтальную стену длины *len* и координатами левого верхнего угла (*x*, *y*).

VerticalWall(x, y, len: integer) – создает вертикальную стену длины *len* и координатами левого верхнего угла (*x*, *y*).

`RobotBegin(x, y: integer)` – создает начальное положение Робота в клетке с координатами (x, y) .

`RobotEnd(x, y: integer)` – задает конечное положение Робота в клетке с координатами (x, y) .

`RobotBeginEnd(x, y, x1, y1: integer)` – задает начальное положение Робота в клетке с координатами (x, y) и конечное в клетке с координатами $(x1, y1)$.

`Tag(x, y: integer)` – помечает клетку (x, y) для закрашивания.

`TagRect(x, y, x1, y1: integer)` – помечает прямоугольник из клеток, задаваемый координатами противоположных вершин прямоугольника (x, y) и $(x1, y1)$, для закрашивания.

`MarkPainted(x, y: integer)` – закрашивает клетку (x, y) (в задании некоторые клетки могут быть уже закрашены).

`TaskText(s: string)` – задает формулировку текста задания в строке s .

Из этих команд и команды `random`, можно сделать обстановки со случайными размерами поля и случайными элементами обстановки согласно своей формулировке условия задачи.

Всего создано 62 задания, 1 и 30 из справки. Все процедуры обстановок смотрите в файле `RobTasks.pas`, который хранится в облачном хранилище по адресу <https://yadi.sk/d/yOi36LMLDKFAAw>. Для работы учащихся с новыми обстановками, файл `RobTasks.pas` можно скопировать в папку модулей Робота по адресу `C:\Program Files\PascalABC.NET\LibSource` или в рабочую текущую папку, в которую будете сохранять программы с решениями новых обстановок.

Задания квалифицированы по группам: группа `c` – 1, 2, 3; группа `w` – 4–11 (8 обстановок); группа `if` – 12; группа `cc` – 13–18 (6 обстановок); группа `count` – 19–25 (7 обстановок); группа `p` – 26, 27, 28, 29; группа `cif` – 30–62 (33 обстановки).

Номера заданий с произвольным полем: 4, 7–11, 15–18, 21–30, 32, 33, 35, 37–41. Всех 28 заданий.

Номера заданий с произвольной обстановкой: 4–30, 32–41. Всех 37 заданий.

Номера заданий с фиксированным полем и обстановкой: 1, 2, 3, 31, 42–62, всех 25 заданий.

Открывая файлы `myrobN`, где N от 1 до 62, можно просмотреть все обстановки и выполнить программы. Условия заданий приведены в таблице:

№ заданий	Условия заданий
<code>myrob1</code>	Закрасить помеченные клетки
<code>myrob2</code>	Закрасить помеченные клетки в виде буквы О. Размер буквы фиксированный
<code>myrob3</code>	Закрасить помеченные клетки слова РОБОТ
<code>myrob4</code>	Закрасить главную и побочную диагонали поля любого размера $N \times N$
<code>myrob5</code>	Закрасить клетки по контуру внутри прямоугольника любого размера
<code>myrob6</code>	Закрасить клетки слева и справа от вертикальной стены любой длины
<code>myrob7</code>	Закрасить стороны квадрата любого размера и диагонали
<code>myrob8</code>	Закрасить помеченные клетки над ступеньками
<code>myrob9</code>	Закрасить помеченные клетки над ступеньками
<code>myrob10</code>	Закрасить помеченные клетки над ступеньками. Два варианта.
<code>myrob11</code>	Пройти по дорожке закрашенных клеток
<code>myrob12</code>	Закрасить помеченные клетки за стенами
<code>myrob13</code>	Найти выход из лабиринта горизонтальных стен
<code>myrob14</code>	Найти выход из лабиринта вертикальных стен
<code>myrob15</code>	Дан забор любой длины высотой 3 в каждую клетку. Закрасить помеченные клетки
<code>myrob16</code>	Дан забор любой длины высотой 3 в любой клетке. Закрасить помеченные клетки
<code>myrob17</code>	Дан забор любой длины и высоты в каждую клетку. Закрасить помеченные клетки
<code>myrob18</code>	Дан забор любой длины и высоты в любой клетке. Закрасить помеченные клетки
<code>myrob19</code>	Закрасить клетки вокруг вертикальной стены любой длины и вернуться обратно

myrob20	Закрасить угловые клетки поля и вернуться обратно
myrob21	Закрасить помеченные клетки поля любого размера NxN, N – нечетное
myrob22	Подсчитать количество закрашенных клеток поля любого размера
myrob23	Закрасить клетки рядом со всеми стенами и вернуться назад
myrob24	Около Робота одна линия или их нет. Закрасить дорожки в свободных направлениях до границы поля и вернуться на исходную.
myrob25	Около Робота не более трёх линий. Закрасить дорожки в свободных направлениях до границ поля и вернуться на исходную.
myrob26	Робот в левом верхнем углу. Закрасить клетки вокруг закрашенной и вернуться назад.
myrob27	Робот в левом верхнем углу. Закрасить клетки вокруг закрашенной и вернуться назад. Клетка может быть граничной.
myrob28	Робот в любой клетке. Закрасить клетки вокруг закрашенной и вернуться назад.
myrob29	Робот в любой клетке. Закрасить клетки вокруг закрашенной и вернуться назад. Клетка может быть граничной.
myrob30	Закрасить клетки под закрашенными
myrob31	Поле 8x8 закрасить как шахматную доску
myrob32	Произвольное поле закрасить как шахматную доску
myrob33	Произвольное поле закрасить полностью
myrob34	Закрасить все клетки внутри прямоугольника любого размера
myrob35	Закрасить клетки через одну по контуру поля любого размера
myrob36	Найти выход из лабиринта. Есть один случайный проход в каждом квадрате
myrob37	Есть ступеньки. Закрасить клетку возле испорченной.
myrob38	Есть ступеньки. Закрасить клетку возле испорченной
myrob39	Есть ступеньки. Закрасить клетку возле испорченной. Разные варианты.
myrob40	Около Робота две смежные линии. Закрасить дорожки от этих линий до границы поля и вернуться на исходную.
myrob41	Около Робота три линии. Закрасить дорожку в свободном направлении до границы поля и вернуться на исходную.
myrob42 – myrob61	Закрасить помеченные клетки по группе ccif (различные варианты расположения точек)
myrob62	Дано поле 62x62. Закрасить клетки поля разными цветами полностью

Можно изменить цвет закрашиваемой клетки и не только с помощью команд:

RPaintColor := RGB(0,200,0); – цвет закрашиваемой клетки;

RobotColor := RGB(255,255,220); – цвет робота;

RobotColor1 := RGB(200,255,200); – цвет робота над закрашенной клеткой;

RBorderColor := RGB(1,1,1); – цвет контура робота.

Функция RGB имеет формат: RGB(r,g,b: byte): Color; – возвращает цвет, который содержит **Red** красную (r), **Green** зеленую (g) и **Blue** синюю (b) составляющие (r, g и b – в диапазоне от 0 до 255).

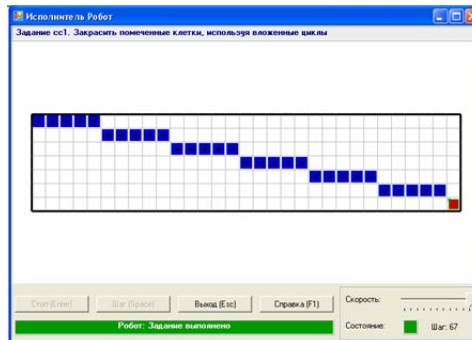
В программе задания cc1 нужно добавить модули RobotField и GraphABC, четыре команды присваивания и варьировать числа для функции RGB. В итоге программа приобрела следующий вид:

```

uses Robot, RobotField, GraphABC;
var i, j, k: integer;
begin
  RPaintColor := RGB(0,0,200); {цвет закрашиваемой клетки - синий}
  RobotColor := RGB(200,0,0); {цвет робота - красный}
  RobotColor1 := RGB(200,200,200); {цвет робота над закрашенной
                                   клеткой - серый}
  RBorderColor := RGB(0,200,0); {цвет контура робота - зеленый}
  Task('cc1');
  for j:=1 to 6 do
    begin
      for i:=1 to 5 do begin Paint;Right;end;
      Down;
    end;
  end.

```

Результат выполнения программы:



Можно сделать цвет закрашиваемых клеток разным. В программе задания `myrob33` вместо конкретных чисел в функцию RGB вставлена функция `random(256)`, которая случайно выбирает цвет в диапазоне от 0 до 255. Результат – разный цвет закрашиваемых клеток:



Результат программы – ну чем не мозаика! После каждого запуска на выполнение разный результат.

При поиске вариантов изменения цвета в программе-модуле `Robot` в папке `C:\Program Files\PascalABC.NET\LibSource`, были обнаружены ещё две группы зарегистрированных заданий, которых нет в справке. Это «спрятанные» группы `examen` и `mix` по 10 заданий в каждой.

В группе `examen` в заданиях аналогии из групп `p`, `pp`, `w`, `count`, `cif`. Сравнительная таблица аналогий группы **examen** с другими группами:

<code>examen1</code>	= <code>p11</code>	<code>examen6</code>	= <code>cif8</code>
<code>examen2</code>	= <code>p12</code>	<code>examen7</code>	= <code>cif12</code>
<code>examen3</code>	= <code>pp7</code>	<code>examen8</code>	= <code>cif16</code>
<code>examen4</code>	= <code>w12</code>	<code>examen9</code>	= <code>count2</code>
<code>examen5</code>	= <code>count12</code>	<code>examen10</code>	= <code>count4</code>

В группе `mix` настоящий микст. Условия заданий отличаются от всех сделанных стандартных, так и собственноручно созданных, а решения – программы – это смесь частей программ из различных групп, в том числе из группы `myrob`.

Условия заданий в группе `mix`.

№ задач	Условия заданий
<code>mix1</code>	Закрасить прямоугольник переменного размера
<code>mix2</code>	Закрасить в шахматном порядке прямоугольник переменного размера
<code>mix3</code>	Закрасить квадрат, предварительно определив его размер
<code>mix4</code>	Найти закрашенную клетку
<code>mix5</code>	Найти закрашенную клетку и закрасить клетки, находящиеся с ней на одной вертикали и горизонтали
<code>mix6</code>	Закрасить те клетки у правой стены, для которых закрашены клетки у левой стены
<code>mix7</code>	Закрасить горизонтальные ряды, в которых закрашены левая и правая клетки

mix8	Закрасить горизонтальные ряды, в которых закрашены левая и правая клетки и ещё ровно одна
mix9	Закрасить прямоугольник, предварительно определив его размер, и вернуться в начальную позицию. Закрашенная клетка находится левее и ниже Робота
mix10	Закрасить прямоугольник, предварительно определив его размер, и вернуться в начальную позицию

Задание **mix10** – это супер микст. Закрашенная клетка находится не только левее и ниже Робота, но и левее и выше, правее и выше, правее и ниже. Программа содержит все элементы групп заданий: *w, c, if, cc, cif, ccif, count, pp, myrob*.

Открыв в главном меню закладку **Сервис** и выбрав **Настройки...** в списке **Опции компиляции**, убрать метку в строке **Удалять EXE файл после выполнения**, можно создать EXE файл, поставив метку в строке **Выходные файлы генерировать в папку**, указав адрес **C:\PABCWork.NET\Output**. Это очень удобно для демонстрации вариантов обстановки и процесса прохождения Робота по полю.

Все EXE файлы находятся по адресу: <https://yadi.sk/d/3ND4yfsnEEFyXA>.

Заключение. Создано 60 обстановок (процедур) и составлены к ним программы (решения обстановок). Задания и их решения классифицированы по группам.

Считаю, что поставленные задачи выполнены. Составлены программы для решения стандартных заданий исполнителя Робот. При создании своих заданий – своих обстановок, порой приходилось сложнее, чем просто решение созданных обстановок, а иногда наоборот. Но зная, как составляется процедура с обстановкой, намного легче составлять программу для решения своей задачи.

Данную работу можно использовать учителями как дидактический материал для учащихся, желающих попробовать составлять программы для Робота как стандартные, так и собственноручно созданные.

Использовался один источник: встроенная справка в программу PascalABC.NET v3.3

KOROTKEVICH M. D.

State institution of education «Luban High School No. 1»

Scientific supervisor – Vlasovez V. M., a teacher of mathematics and informatics

STUDYING PASCALABC.NET: ROBOT

Summary. *The development is relevant for use in educational schools in the study of the basics of algorithmization. The author has compiled 60 new interesting tasks for Students, as well as carefully studied the standard tasks presented in the system PascalABC.NET. The development can be widely used in school. The results can be used in computer science lessons in grade 7.*

ЛОЙКО М. А.

Государственное учреждение образования
«Средняя школа № 40 г. Гродно»

Научный руководитель – Соколовская Г. Г., учитель физики

МОДЕЛЬ ДВИГАТЕЛЯ СТИРЛИНГА

Аннотация. Данная статья посвящена изучению устройства, принципа действия, видов, достоинств и недостатков двигателя Стирлинга, который является тепловым двигателем внешнего сгорания. Результатом практической работы является создание действующей модели двигателя Стирлинга и рассмотрение возможных способов применения его в быту. Работа в выбранном направлении может быть продолжена и усовершенствована.

Введение: Мы живём в энергетическом мире, в котором мы не можем представить жизнь без электричества т.к. мы электричеством пользуемся каждый день, это все наши приборы (электрочайники, микроволновки, телевизор и многое другое). Но многие не задумываются, как же получается электроэнергия, а ответ очень прост. Моя тема научной работы «Модель двигателя Стирлинга» посвящена преобразованию тепловой энергии в электрический ток.

Цель исследования: Изготовление действующей модели двигателя Стирлинга.

Задачи исследования:

- Познакомиться с историей создания, принципом действия и видами двигателя Стирлинга.
- Собрать действующую модель двигателя Стирлинга.
- Выяснить рентабелен ли двигатель.
- Рассмотреть возможные способы применения двигателя.

История создания двигателя: Роберт Стирлинг родился 25 октября 1790 г. Своё первое изобретение он разработал ещё в возрасте 27 лет. Его изобретения дали путь в развитии науки т.к. его двигатель был поразительным изобретением в те века. В то время были паровые машины, но они работали очень нестабильно, часто взрывались при работе. Стирлинг обеспокоился этой проблемой и создал двигатель «Будущего».

Двигатель Стирлинга – тепловая машина, в которой рабочее тело, в виде газа или жидкости, движется в замкнутом объёме, разновидность двигателя внешнего сгорания.

Разновидности двигателя:

- **α -Стирлинг** – содержит два отдельных силовых поршня в отдельных цилиндрах, один – горячий, другой – холодный.
- **β -Стирлинг** – цилиндр всего один, горячий с одного конца и холодный с другого.
- **γ -Стирлинг** – тоже есть поршень и вытеснитель, но при этом два цилиндра – один холодный, а второй горячий с одного конца и холодный с другого.

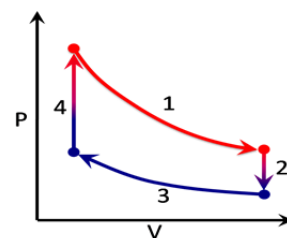
Цикл Стирлинга:

1. Изотермическое расширение с подводом тепла от топливного ресурса.
2. Изохорный отвод тепла к регенератору.
3. Изотермическое сжатие тепла с отводом к холодильнику.
4. Изохорический нагрев рабочего тела с отводом к регенератору.

Принцип работы: Основной принцип работы двигателя Стирлинга заключается в постоянно чередуемых нагревании и охлаждении рабочего тела в закрытом цилиндре.

Этапы сборки: Для начала мы собрали рабочий цилиндр, далее прикрепили к нему водяную рубашку, и сделали отверстия в рабочем цилиндре. Так же сделали мембранный поршень и надстройку. Далее занялись механической частью: сделали систему шатунов и коленвала, прикрепили моховое колесо, и сделали электропривод.

Мои модели: Мы сделали сначала первую модель, она была самая простая и не имела ничего лишнего. Модель стала работать не стабильно, поэтому мы убрали пристройку и поставили всю систему шатунов и коленвала на подшипники, переде-



лав ее в модель 2. Далее в 1-й из частей была нарушена герметичность и мы заменили рабочий цилиндр и усовершенствовали систему охлаждения, поэтому было принято решение усовершенствовать электропривод.

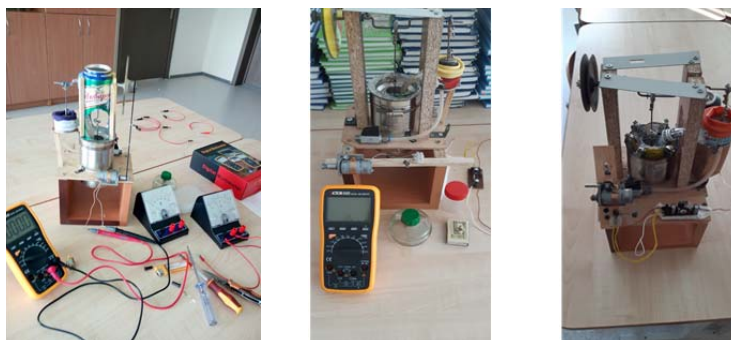


Рис. 2 Модели двигателей Стирлинга

Практическая часть: Мы провели опыт по выяснению возможности двигателя вырабатывать электрический ток, а именно измерили силу тока и напряжение с помощью электронного мультиметра (табл. 1).

Табл. 1 Таблица полученных в опыте показателей

Вещество / параметры	Сила тока I , А	Напряжение U , В	Мощность P , Вт
Вода	1. 0.04	1. 2.3	1. 0.092
	2. 0.06	2. 2.5	2. 0.1
	3. 0.03	3. 2.1	3. 0.152
	4. 0.04	4. 2.4	4. 0.098
	5. 0.06	5. 1.9	5. 0.094
	Среднее значение: 0.04	Среднее значение: 2.3	Среднее значение: 0.098
Раствор аммиачной селитры	1. 0.05	1. 2	1. 0.094
	2. 0.08	2. 2.3	2. 0.112
	3. 0.04	3. 2	3. 0.142
	4. 0.05	4. 2.1	4. 0.094
	5. 0.06	5. 2.4	5. 0.09
	Среднее значение: 0.05	Среднее значение: 2.1	Среднее значение: 0.112
Лёд	1. 0.03	1. 2.1	1. 0.09
	2. 0.05	2. 2	2. 0.12
	3. 0.03	3. 2.5	3. 0.132
	4. 0.05	4. 2.3	4. 0.094
	5. 0.04	5. 2	5. 0.09
	Среднее значение: 0.03	Среднее значение: 2.3	Среднее значение: 0.0094

Далее мы рассчитали рентабельность двигателя Стирлинга. Для начало я узнал, сколько мы платим за электроэнергию в месяц. Именно моя семья платит 8 руб. в месяц за 60–70 кВт электроэнергии. Далее я нашёл промышленный двигатель Стирлинга. Его мощность составляет от 2–9 кВт. Следовательно, чтобы вырабатывать 60 кВт, надо обеспечивать 8 часов работы двигателя. В качестве топливного ресурса в данном примере использован газ. За 1 час сгорит 0.4 куб. м. газа, это примерно 15 коп. Следовательно, за 8 часов работы мы потратим 1,2 руб. Вывод двигатель рентабелен.

После мы провели опыт по определению на сколько система охлаждения эффективна. Начальная температура: 24,6 градуса (рис. 3).



Рис. 3 График зависимости температуры от времени

Вывод: двигатель работает стабильно до определённого (крайнего предела) температуры, а именно, в данном случае 59 градусов Цельсия.

Безопасность двигателя Стирлинга: Двигатель Стирлинга считается очень безопасным т.к. работает не при большом давлении в отличие от парового, который очень часто взрывался из-за огромного давления.

Недостатки:

- **Громоздкость и материалоемкость.** У двигателя Стирлинга рабочее тело необходимо охлаждать, следовательно, увеличивается габаритность двигателя из-за радиаторов.

- **Малая мощность.** Для получения характеристик, сравнимых с характеристиками ДВС, приходится применять высокие давления (свыше 100 атм.) и особые виды рабочего тела – водород, гелий.

- **Тепло подводится не к рабочему телу непосредственно**, а только через стенки теплообменников. Стенки имеют ограниченную теплопроводность, из-за чего КПД оказывается ниже, чем можно было ожидать.

Преимущества:

- **«Всеядность» двигателя** – как все двигатели внешнего сгорания, двигатель Стирлинга может работать от почти любого перепада температур: например, между разными слоями воды в океане.

- **Простота конструкции** – конструкция двигателя очень проста, он не требует дополнительных систем, таких как газораспределительный механизм.

- **Увеличенный ресурс** – простота конструкции, отсутствие многих «нежных» узлов позволяет «Стирлингу» обеспечить небывалый для других двигателей запас работоспособности в десятки и сотни тысяч часов непрерывной работы.

- **Экономичность** – для утилизации некоторых видов тепловой энергии, особенно при небольшой разнице температур, «Стирлинги» часто оказываются самыми эффективными видами двигателей.

- **Экологичность** – «Стирлинг» не имеет выхлопа из цилиндров, а это значит, что уровень его шума гораздо меньше, чем у поршневых двигателей внутреннего сгорания.

Применение: Двигатель Стирлинга на данный момент применяют в качестве универсальных источников (автономный генераторы для туристов), насосы (в качестве системы отопления), Солнечные электростанции (за счёт фокусировки параболического зеркала в одну точку).

Возможное применение: Мы предположили, что если встроить в теплотрассу область нагрева и систему охлаждения в контур холодного водоснабжения, то двигатель станет более рентабельным. Следовательно, температура в теплотрассе понизится, а в холодном водоснабжении увеличится, также помимо этого будет вырабатываться электроэнергия.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Двигатель Стирлинга (https://ru.wikipedia.org/wiki/Двигатель_Стирлинга)
2. Будни альтернативной энергии (<http://zaryad.com/2013/05/28/budni-alternativnoy-energii-14-29-aprelya-26-maya/>)

LOYKO M. A.

State education institution «Secondary school № 40, Grodno»

STIRLING ENGINE MODEL

Summary. The article is devoted to the study of the device, the principle of operation the types advantages and disadvantages if Stirling engine which is internal combustion engine. The results of the article cipe to create. The model of Stirling engine and to point. The methods if using at home. The article ean be continued and improved.

МИХАСЁВ Р. Н.

Государственное учреждение образования
«Средняя школа № 2 г. Горки» Могилевской области

Научный руководитель – Кулешов Г. Е., учитель информатики

ПЛОЩАДКА ДЛЯ УСТНОГО СЧЕТА В ЭЛЕКТРОННОЙ ТАБЛИЦЕ EXCEL

Аннотация. Для реализации данного проекта использовалась программа Microsoft Office Excel. В статье описан процесс создания рабочей таблицы для проведения устного счета на уроках математики.

На уроках математики начальной школы и в среднем звене большое внимание уделяется устному счету. Устная работа на уроках математики имеет большое значение. Устные упражнения важны тем, что они активизируют мыслительную деятельность учащихся, развивается память, речь, внимание, быстрота реакции.

Проконсультировавшись с учителем информатики и учителями начальных классов, сформулировал цели и задачи работы.

Цель работы: Создание площадки для устного счета на основе дидактики по математике 3–4 класса в электронной таблице Microsoft Office Excel.

Я поставил следующие **задачи**:

1. Изучить дидактику для устного счета 1–4 класс.
2. Получить консультации у учителей начальной школы по методике проведения устного счета.
3. Изучить возможности Excel, а конкретно функцию ЕСЛИ.
4. Разработка дизайна рабочей таблицы.
5. Создание таблицы.
6. Тестирование нашей таблицы на учениках начальной школы с последующей доработкой с учетом замечаний.

Методы исследования: сбор, изучение, анализ, обобщение практического и теоретического материала.

В результате работы было создано две рабочие таблицы «Сложение и вычитание» и «Умножение и деление». Этапы создания описаны на примере таблицы «Сложение и вычитание». Она состоит из пяти листов (4 листа заданий и лист «Итоги»). Перед началом работы очищаются «жёлтые» ячейки во всех заданиях. Учитель меняет условия заданий на своё усмотрение в зеленых ячейках. При желании может поменять знаки операций, соответственно поменяв их и в формулах в листе «Итоги».

1 Создание таблицы и составление заданий

1.1 Составление первого задания

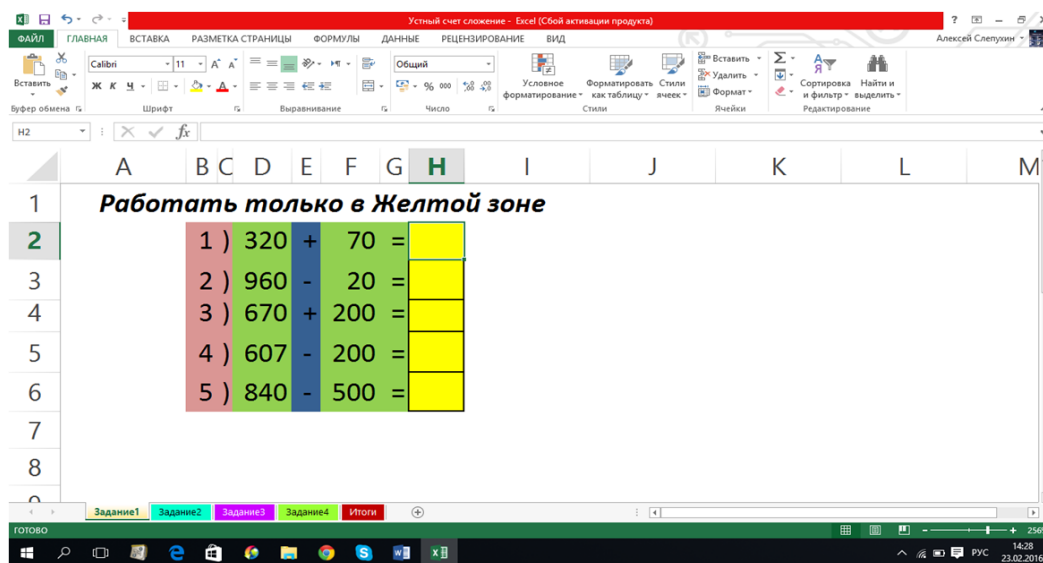


Рисунок 1.1

Первым этапом выполнения было создание различных заданий. Как мы видим на рисунке 1.1 в ячейках простые числа и никаких формул. Эти числа учитель может поменять на любые другие, и на конечный результат эта замена не повлияет.

1.2 Составление второго задания

На этом этапе я придумал второе задание (рисунок 1.2).

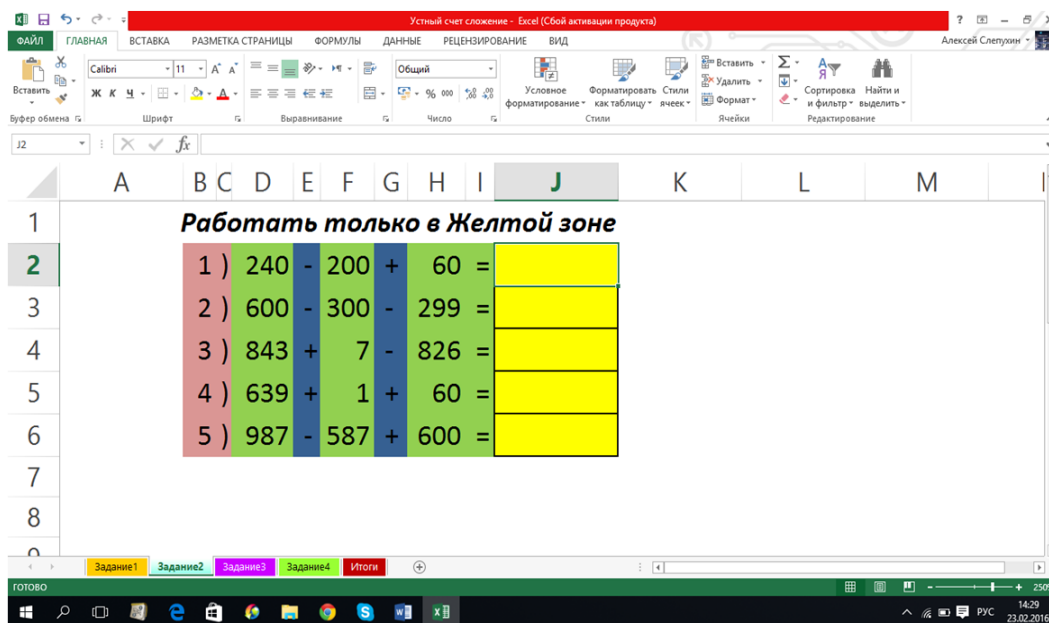


Рисунок 1.2

1.3 Составление третьего задания

На этом этапе опять же ничего сложного, обычное составление задания только более усложненного уровня. Как вы могли заметить на рисунке 1.3 я решал эти задания чтобы проверить правильность работы формул.

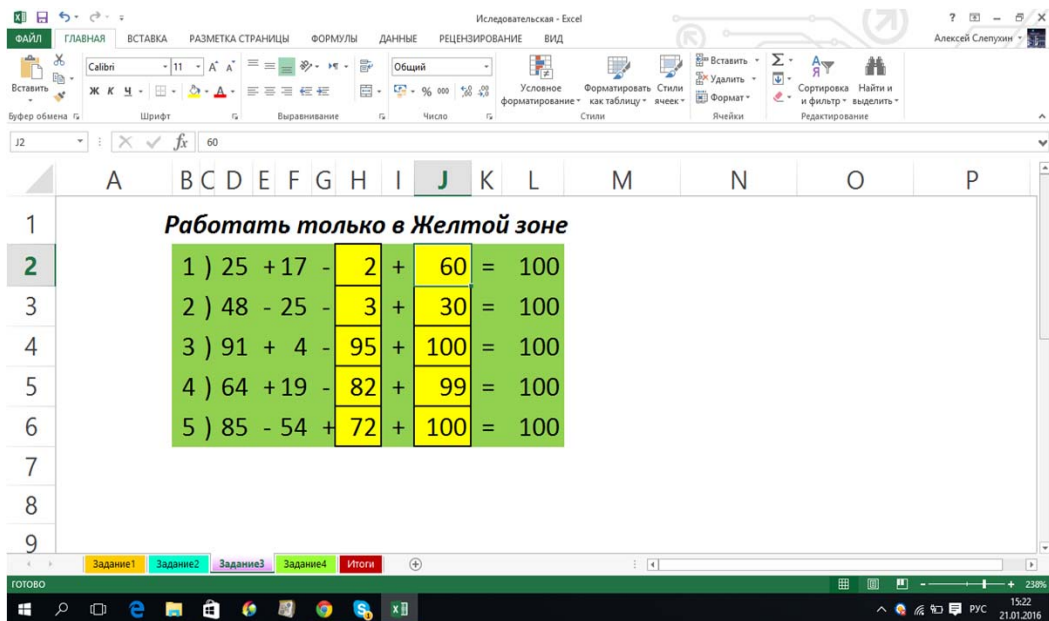


Рисунок 1.3

1.4 Составление четвертого задания

На этом этапе я придумал последнее четвертое задание, и решил его сделать в виде таблицы (рисунок 1.4). Опять же внесение обычных чисел.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Работать только в жёлтых зоне									
2	Слагаемое	54	32	23	41	48	29			
3	Слагаемое	20	45	40	23	42	60			
4	Сумма	74	77	63	64	90	42			
5										
6	Уменьшаемое	98	63	60	52	86	72			
7	Вычитаемое	90	3	6	12	45	87			
8	Разность	8	60	54	40	50	40			
9										
10										
11										
12										

Рисунок 1.4

2 Создание листа «Итоги»

Итак, приступим к созданию листа «Итоги», здесь будут отображаться правильные ответы ко всем заданиям, так же мы увидим оценивание этих заданий в виде диаграммы.

На этом рисунке 2.1 мы видим ответы к заданиям.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Ответы ко всем заданиям													
2	№	Задание 1	Задание 2	Задание 3		Ответы к заданию 4								
3	1)	390	100	100		1)	74	77	23	41	42	13		
4	2)	940	1	100		2)	8	60	60	52	36	32		
5	3)	870	24	100										
6	4)	407	700	100										
7	5)	340	1000	167										
8														
9	Оценивание					Оценивание к заданию 4								
10	№	Задание 1	Задание 2	Задание 3		1)	1	1	1	1	1	0		
11						2)	1	1	1	1	0	0		
12	1)	1	1	1							Верно	9		
13	2)	0	1	1							Не верно	3		
14	3)	1	0	1										
15	4)	0	1	1										

Рисунок 2.1

На этом рисунке 2.2 мы видим формулы, которые использовались.

После того как я ввел формулы, проверил их на правильность решения заданий, я придумал им значение «Если».

Функция ЕСЛИ, одна из логических функций, служит для возвращения разных значений в зависимости от того, соблюдается ли условие.

Синтаксис

ЕСЛИ (лог_выражение; значение_если_истина; [значение_если_ложь])

На рисунке 2.3 представлен конечный вид листа «Итоги».

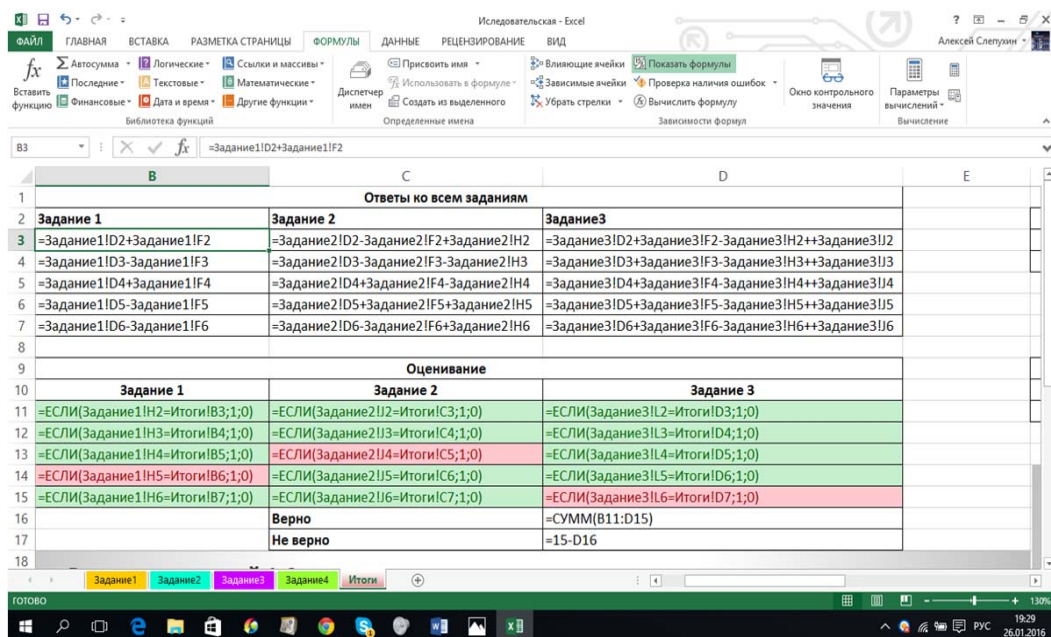


Рисунок 2.2

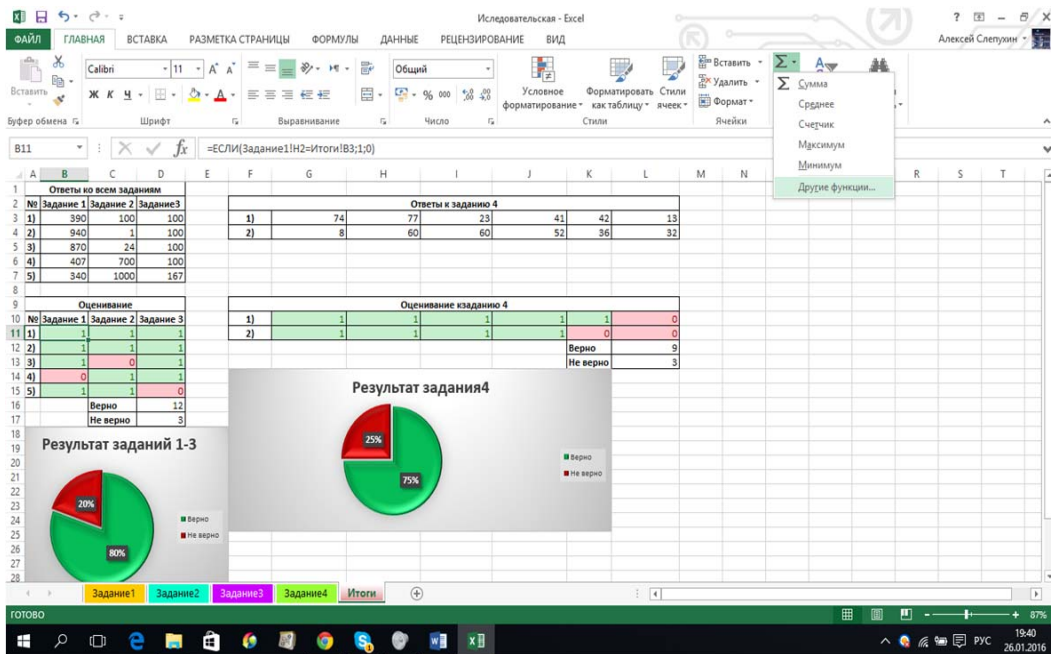


Рисунок 2.3

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполнения работы была создана таблица для устного счета, которая соответствует методическим требованиям начальной школы, о чем свидетельствует отзыв, работа была протестирована на учениках начальной школы, были учтены некоторые замечания. Я узнал у некоторых детей их любимые цвета, и решил разукрасить свою работу. Как было видно со снимков выше я использовал в основном два цвета это желтый и зеленый. В желтых ячейках работают ученики, а в зеленых работают учителя. Учитель может поменять условия заданий, как усложнить, так и упростить их. Если учитель хорошо владеет программой **Microsoft Office Excel**, то он может поменять не только числа, но и знаки операций какого-либо примера, при их замене, в листе «Итоги» нужно будет заменить и в формулах эти знаки.

Считаю, что данную электронную таблицу можно использовать на уроках математики.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Дылько Г. Т. Математика 3. Минск «Жасскон», 2013.
2. Красницкая А. В. Математика 4. Мозырь ООО ИД «Белый ветер», 2004.
3. Мавлютова Н. Р. Устный счет 4. Мозырь ООО ИД «Белый ветер», 2008.
4. Ковалевская Н. Л. Математика 4. Минск ОДО «Аверсэв», 2006.
5. Мавлютова Н. Р. Самостоятельные работы по математике 3. Мозырь «Белый ветер», 2013.
6. Пупцев А. Е., Гращенко П. Л., Лапо А. И., Огейко А. Г. ИНФОРМАТИКА 10. Минск «Народная асвета», 2007.

ОЛЕХНОВИЧ К. С.

Государственное учреждение образования
«Средняя школа № 7 г. Гродно»

Научный руководитель – Казберук А. П., учитель физики

ГАЛЬВАНИЧЕСКИЙ ЭЛЕМЕНТ

Аннотация. Данная работа посвящена изучению источников энергии, работающих по принципу гальванического элемента с использованием различных сред.

Введение. Сегодня жизнь человека невозможно представить без различных электронных устройств, которые облегчают жизнь и делают ее более комфортной и приятной. Для работы этих устройств необходимы источники энергии. В большинстве случаев требуются портативные источники энергии, в качестве которых используются гальванические элементы.

Предварительно была выдвинута гипотеза: возможность преобразования химической энергии в электрическую энергию с использованием гальванического элемента.

Цель работы – получение электрической энергии с использованием гальванического элемента.

Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

- изучить устройство и принцип работы гальванического элемента;
- создать простейшую модель гальванического элемента и получить электрическую энергию.

Методы исследования:

- изучение и анализ литературы по проблеме исследования;
- эксперимент;
- статистическая обработка данных.

Объект исследования – гальванический элемент.

Основная часть. Гальванический элемент – это химический источник электрического тока, основанный на взаимодействии двух металлов и/или их оксидов в электролите, приводящем к возникновению в замкнутой цепи электрического тока. Таким образом, в гальванических элементах химическая энергия переходит в электрическую энергию [1].

Устройство состоит из электролита и двух электродов различной природы. Электрод – проводник, который представляет собой металлическую пластину или сетку, на которые нанесены реагенты (например, хлорсеребряный, стеклянный, водородный электроды, электрод сравнения). На отрицательный электрод наносится восстановитель, на положительный – окислитель. В гальваническом элементе электроды помещены в электролит – раствор какого-либо вещества, которое распадается на части при протекании окислительно-восстановительных реакций [2].

В ходе исследования, был собран гальванический элемент, состоящий из цинковой и медной пластин (электродов), погруженный в электролит. Так как электролит состоит чаще всего из раствора кислоты или солей натрия и калия [3], то в нашем исследовании чувствовали такие вещества как уксус, сода, соль, лимонная кислота, моющее средство для посуды и стиральный порошок и в качестве эксперимента использовали крахмал, сахар, дрожжи. Гальванические элементы, с использованием электролитов, с выше перечисленными веществами, получили на электродах разность потенциалов приблизительно одинаковую по величине, полученные результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1. Разность потенциалов гальванических элементов с использованием различных сред

	соль	сода	уксус	лимонная кислота	крахмал	сахар	дрожжи	моющее средство	СМС
Напряжение, В	0,8	0,9	1,1	1	1	0,8	0,8	0,9	0,9

Чтобы увеличить полученный результат, последовательно соединили 10 гальванических элементов, которые работали непрерывно 10 часов с нагрузкой в 1 светодиод. В качестве электролита использовали вещества, которые и ранее участвовали в исследовании, полученные результаты представлены в таблице 2.

Таблица 2. Результаты 10-часовой работы гальванических элементов с использованием различных сред с нагрузкой в 1 светодиод

Вещество	U, В	t, ч
Соль	3,3	0
	2,4	10
Сода	3,9	0
	2,3	10
Уксус	5,1	0
	3,0	10
лимонная кислота	5,0	0
	3,2	10
Крахмал	4,7	0
	3,1	10
Сахар	3,0	0
	2,3	10
Дрожжи	4,5	0
	3,0	10
моющее средство	4,8	0
	3,2	10
СМС	6,5	0
	3,6	10

Как видно из таблицы 2 максимальную разность потенциала (6,5В) получили с помощью гальванического элемента, где в качестве электролита использовали растворенный стиральный порошок, а минимальную разность потенциала получили с помощью сахара. Таким образом, можно сделать вывод, что с помощью самодельного гальванического элемента можно получить такой источник электрической энергии для работы простейшего низковольтного устройства.

Закключение. Прделав опыты по созданию гальванических элементов с использованием различных электролитов, можно сделать вывод, что существует довольно простой способ получить электрический ток достаточный для работы простейших маломощных устройств; в качестве электролита можно использовать не только соли и кислоты, но и сахар, дрожжи, крахмал. Возможно, следует уделить больше внимания этой теме, в поисках альтернативных источников энергии и использовать на производстве, например на хлебозаводе, где есть большие объемы отходов после мытья емкостей, где использовались дрожжи, сахар, соль для теста. Заведения химчисток, где используются СМС, после стирки и чистки вещей. Предприятие по изготовлению продукции из картофеля, в результате чего остаются отходы, содержащие крахмал.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Гальванические элементы [Электронный ресурс]/ Режим доступа: <http://elektrik.info/main/school/1267-galvanicheskie-elementy-ustroystvo.html> – Дата доступа: 18.11.2018.
2. Гальванические элементы [Электронный ресурс]/- Режим доступа: <https://blog.tutoronline.ru/otkuda-v-batarejkah-tok-i-chto-takoe-galvanicheskij-jelement> – Дата доступа: 02.09.2019.
3. Электролит [Электронный ресурс]/ Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Электролит> – Дата доступа: 20.08.2019.

OLEKHNOVICH K. S.

Public institution of education «High school No. 7 of Grodno»

Scientific supervisor – Kazberuk A. P., teacher of physics

GALVANIC CELL

Summary. *This work is devoted to the study of energy sources operating on the principle of a galvanic cell using various media.*

СЕМАШКО С. А.

ГУО «Средняя школа № 1 г. Осиповичи им. Б. М. Дмитриева»

Научные руководители – Костромина Е. А., учитель физики;

Стельмашонок Т. С., учитель физики

«КЛЕЙ «LE COLLE»»

Аннотация. В работе предложена рецептура приготовления клея «Le colle», полученного при помощи синтеза пенопластовой крошки и бензина марки АИ-95-К5. Подробно изучены некоторые физико-химические свойства полученного клеевого соединения. Проведены испытания клеевого шва на разрыв. Исследованы клеящие способности клея для различных материалов. Проведенное исследование позволило утверждать, что полученный материал практически не уступает фирменным клеям.

Введение.

С внедрением современных технологий, пенопласт активно внедряется в нашу повседневную жизнь. В ходе жизнедеятельности людей в условиях быта остаются отходы пенопласта, которые в дальнейшем не используются, и их приходится выбрасывать. Отходы пенопласта в природе не разлагаются и загрязняют окружающую среду. [1]

Заводов по переработке отходов пенопласта очень мало, так как производство этого материала очень дешево и производителю невыгодно скупать вторичное сырьё на переработку. А нельзя ли использовать эти отходы?

Цель: исследование физических и химических свойств клея «Le colle», полученного с помощью синтеза бензина и пенопласта.

Задачи:

1. Разработать рецептуру приготовления клея «Le colle»;
2. Исследовать физико-химические свойства клеевого соединения;
3. Исследовать клеящие способности полученного вещества.

Гипотеза: в ходе исследования было предположено, что, вещество, полученное при растворении пенопласта в бензине марки АИ-95-К5, будет обладать свойствами клея.

В работе применялись *теоретические* (анализ, синтез, индукция, обобщение) и *эмпирические* (наблюдение, эксперимент, прямые и косвенные измерения) методы исследования.

Предмет исследования: клей из пенопласта.

Объект исследования: исследование свойств клея «Le colle».

Основная часть.

Для приготовления клея «Le colle» нам необходимо:

1. Бензин марки АИ-95-К5;
2. Пенопластовая крошка;
3. Лабораторные механические весы с разновесами;
4. Стеклоанная кювета.

Растворение пенопласта в бензине производится в открытой, желательно стеклянной кювете при одновременном механическом воздействии на пенопласт.

Методика работы:

1. Наливаю в стеклянную кювету 7 г бензина марки АИ-95-К5;
2. Опускаю 3 г пенопластовой крошки в кювету с бензином, постепенно перемешивая и жду пока он не превратится в вязкое вещество.

При соблюдении вышеуказанных пропорций я получил 8 г клея «Le colle». Объем клея можно увеличить путем увеличения количества бензина и пенопластовой крошки, однако пропорцию дозирования бензина и пенопласта 7:3 необходимо соблюдать, так как может ухудшиться качество клеящего вещества.

Исследую некоторые физико-химические свойства полученного клеящего вещества:

1. *Агрегатное состояние:* жидкое.
2. *Цвет:* от серого до светло-коричневого.
3. *Запах:* имеет запах бензина.
4. *Плотность:*

Для определения плотности воспользуюсь формулой

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$m = m_1 - m_0$$

m_1 – масса кюветы с клеем, кг

m_0 – масса пустой кюветы, кг

$$m_1 = 13,550 \text{ г} = 0,01355 \text{ кг}$$

$$m_0 = 5,550 \text{ г} = 0,00555 \text{ кг}$$

$$m = 13,550 \text{ г} - 5,550 \text{ г} = 8,000 \text{ г} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$V = S \cdot l = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot l$$

d – внутренний диаметр кюветы, м

$$d = 5,5 \text{ см} = 0,055 \text{ м}$$

l – высота клея в кювете, м

$$l = 0,5 \text{ см} = 0,005 \text{ м}$$

$$V = 3,14 \cdot \frac{0,055^2}{4} \cdot 0,005 = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$$

$$\rho = \frac{8 \cdot 10^{-3}}{1,2 \cdot 10^{-5}} = 6,7 \cdot 10^2 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

5. Вязкость

Определяю коэффициент динамической вязкости методом Стокса. [2]

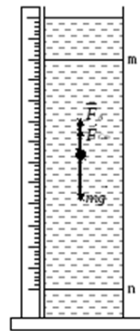


Рисунок 1 – Принципиальная схема метода Стокса для определения коэффициента динамической вязкости клея «Le colle»

$$F_{\text{СТ}} = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v_0 \quad (1)$$

$F_{\text{СТ}}$ – сила Стокса, Н

η – коэффициент динамической вязкости, Па · с

r – радиус шарика, м

v_0 – скорость шарика, $\frac{\text{м}}{\text{с}}$

$$m \cdot g = F_{\text{СТ}} + F_A \quad (2)$$

F_A – сила Архимеда, Н

$$m \cdot g = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{\text{ш}} \cdot g \quad (3)$$

$\rho_{\text{ш}}$ – плотность шарика, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

$$\rho_{\text{ш}} = 11300 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$F_A = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{\text{ж}} \cdot g \quad (4)$$

$\rho_{\text{ж}}$ – плотность жидкости (клея), $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

$$\rho_{\text{ж}} = 670 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Подставляю (1), (3), (4) в (2) и получу (5)

$$\begin{aligned}\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{\text{ш}} \cdot g &= 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot \vartheta_0 + \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{\text{ш}} \cdot g \\ 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot \vartheta_0 &= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{\text{ш}} \cdot g - \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{\text{ж}} \cdot g \\ 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot \vartheta_0 &= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g \cdot (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}) \\ \eta &= \frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g \cdot (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})}{6 \cdot \pi \cdot r \cdot \vartheta_0} \\ \eta &= \frac{2}{9} \cdot \frac{g \cdot r^2 \cdot (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})}{\vartheta_0} \quad (5)\end{aligned}$$

$$\vartheta_0 = \frac{l}{t} \quad (6)$$

l – путь, который проходит шарик, м

t = время, которое затрачивает шарик проходя путь l , с

Подставляю (6) в (5) и получаю (7)

$$\eta = \frac{2}{9} \cdot \frac{g \cdot r^2 \cdot (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}) \cdot t}{l} \quad (7)$$

Проведу эксперимент и запишу полученные данные.

Таблица 1 – Результаты исследования

№ п/п	r , м	t , с	l , м	η , Па · с
1	$2,5 \cdot 10^{-3}$	1,19	$1,5 \cdot 10^{-2}$	—
2		1,65		—
3		1,85		—
Ср. знач.	$2,5 \cdot 10^{-3}$	1,56	$1,5 \cdot 10^{-2}$	15,4

$$\langle t \rangle = \frac{1,19 + 1,65 + 1,85}{3} = 1,56 \text{ (с)}$$

Рассчитаю коэффициент динамической вязкости клея «Le colle»

$$\langle \eta \rangle = \frac{2}{9} \cdot \frac{10 \cdot (2,5 \cdot 10^{-3})^2 \cdot (11300 - 670) \cdot 1,56}{1,5 \cdot 10^{-2}} = 15,4 \text{ Па} \cdot \text{с}$$

6. Растворимость в воде: не растворим.

7. Водостойкость: водостойкий.

8. Жизнеспособность клея – время, в течение которого приготовленный клей пригоден к употреблению.

$$\langle t \rangle \approx 1 \text{ ч}$$

9. Схватываемость клея – это быстрота затвердевания.

$$\langle t \rangle \approx 0,5 \text{ ч при температуре } 23^{\circ}\text{C}$$

$$\langle t \rangle \approx 1,5 \text{ ч при температуре } 3^{\circ}\text{C}$$

Склеивание предметов производится путем нанесения клея на склеиваемые поверхности без обезжиривания, но краску и лак нужно зачищать.

В результате проведенного исследования выяснил, что клей «Le colle» хорошо склеивает шифер, пенопласт, древесину, ткань, пластик.

Практически не склеиваются керамика, бумага, полиэтилен.

Склеиваются, но не прочно: металлы, стекло, резина.

Хорошо приклеиваются подошвы к обуви.

Пенопластовым клеем можно склеивать вышеуказанные изделия, не несущие значительных механических нагрузок.

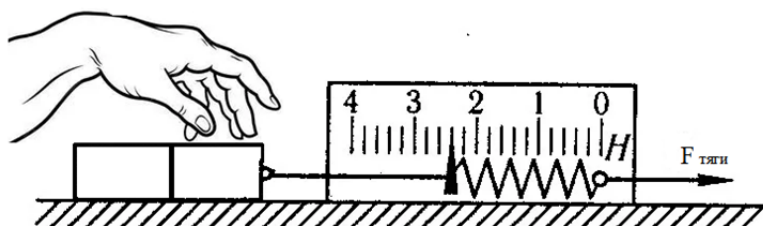


Рисунок 2 – Испытание клеевого шва на разрыв

Таблица 2 – Испытание клеевого шва на разрыв на примере шифера

Время высыхания клея t , ч	Разрывное усилие F , Н
0,5	0,2
2,5	2,6
4,5	4,3
6,5	20
24	70

Таблица 3 – Испытание клеевого шва на разрыв на примере древесины

Время высыхания клея t , ч	Разрывное усилие F , Н
0,5	0,4
2,5	13,4
4,5	17,3
6,5	30
24	90

Таблица 4 – Испытание клеевого шва на разрыв на примере пенопласта

Время высыхания клея, ч	Разрывное усилие, Н
0,5	1,4
2,5	18,2
4,5	26,3
6,5	40,5
24	150

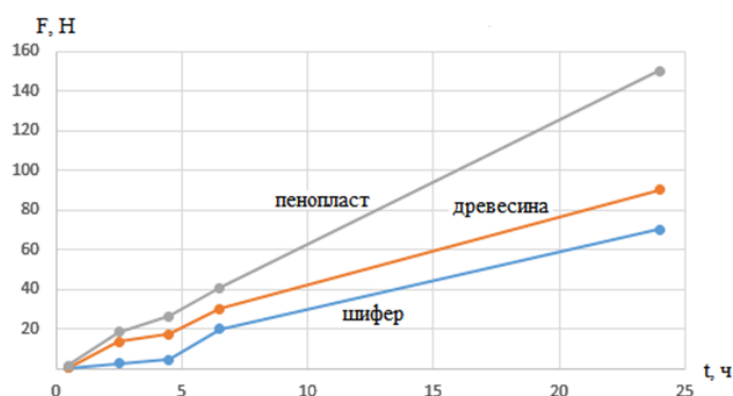


Рисунок 3 – График прочности клеевого шва

Самый прочный клеевой шов у пенопласта, а самый непрочный – у шифера.

Заключение. Описываемый клей «Le colle» часто создается в случае, когда в доме не оказывается клея или он заканчивается в самый неподходящий момент.

Клей должен быть хорошо размешан, так как, если он не будет однородным, склеиваемые предметы могут быть ненадежно соединены друг с другом. Применяться пенопластовый клей может для соединения различных материалов.

Недостатком клея является длительное время отвердевания. Чтобы клей быстрее высыхал, для его приготовления следует выбирать ацетоновые растворители.

После застывания состав способен выдерживать как низкую, так и высокую температуру, а также он является влагостойким.

Таким образом, имея небольшое количество пенопласта и растворителя, легко сделать надежный клей. Но, чтобы полученный состав мог прослужить длительное время, важно сделать его таким образом, чтобы он отличался вязкостью и однородностью.

Проведенное исследование позволяет утверждать, что отходы пенопласта можно использовать для ремонтных работ, изготовив из них пенопластовый клей. Этот клей обладает достаточной прочностью, а также очень дешев.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. <http://xlom.ru/recycling-and-disposal/otxody-penoplasta-utilizaciya-i-pererabotka>;
2. Енохович А. С. Справочник по физике: – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Просвещение, 1990 – 564 с.

SEMASHKO S. A.

State educational establishment

«Secondary School №1 name B. M. Dmitrieva town Osipovich»

Scientific supervisors – Kostromina E. A., the teacher of physics;

Stelmashonok T. S., the teacher of physics

GLUE «LE COLLE»

Summary. *The paper proposes a recipe for the preparation of glue «Le colle», obtained by the synthesis of foam chips and gasoline AI-95-K5. Some physicochemical properties of the obtained adhesive compound are studied in detail. The adhesive seam has been tested for rupture. Properties of glue for various materials are investigated. The study allowed us to assert that the resulting material is almost as good as branded adhesives.*

СКОРАЯ К. В.

Государственное учреждение образования
«Средняя школа № 1 г. Старые Дороги имени Героя
Советского Союза Ф. Ф. Куликова»

Научный руководитель – Черетун О. Н., учитель физики,
высшей квалификационной категории

ЭКОНОМИЯ СВЕТОДИОДНЫХ ЛАМП: ПРАВДА ИЛИ МИФ?

Аннотация. В данной работе рассматривается светодиодная лампочка, которая сравнивается с другими видами ламп. Автор анализирует и сопоставляет теоретические результаты с результатами экспериментов.

Введение

Одна из основных задач человечества в 21 веке сократить количество вредных выбросов в атмосферу, так же как и потребление природных ресурсов. Для этого нужно уменьшать и затраты потребляемой электроэнергии.

В настоящее время бешеными темпами набирают популярность светодиодные лампы. С каждым днём они становятся всё более востребованными.

Анализ изученной литературы показал, что уже доказана экономическая выгода и необходимость перехода с обычной лампы накаливания на энергосберегающие лампы. По этой причине, изучение характеристик светодиодных ламп и сравнение с другими видами ламп остается актуальным в настоящее время.

Для того чтобы провести сравнительную характеристику необходимо: изучить устройство светодиодных ламп; сравнить их с лампами накаливания и люминесцентными; исследовать особенности устройства светодиодной лампочки; сравнить заявленную мощность с экспериментально полученной; проанализировать преимущества светодиодного освещения относительно других видов искусственного освещения; определить степень экономии при использовании светодиодных ламп.

Основная часть

Попытаемся разобраться с вопросом о том, чем же так хороши эти источники света? Поговорить об их недостатках, конечно же, тоже забывать не будем. Действительно ли они настолько экономичны?

Современные бытовые лампы различаются по конструкции, расходу электрической энергии и долговечности. В связи с тем, что с каждым годом повышается стоимость кВт израсходованной энергии, стоит задуматься заранее о приобретении энергосберегающих источников света. Рассмотрим четыре вида, пользующихся наибольшей популярностью: лампа накаливания, галогенная, люминесцентная и светодиодная лампы.

1. Лампы накаливания (ЛН) – это самый первый вид электрических ламп, светящимся телом которого служит так называемое тело накала (проводник, нагреваемый протеканием электрического тока до высокой температуры).

Достоинства ламп накаливания

- Низкая стоимость. На сегодняшний день это самый дешёвый тип электрических ламп.
- Лампы накаливания имеют сплошной (непрерывный) спектр излучения, в видимой части которого, преобладают оранжево-красные цвета.

2. Галогенная лампа – это та же лампа накаливания, в баллон которой добавлен буферный газ: пары галогенов (брома или йода).

3. Энергосберегающими называют компактные **люминесцентные** лампы (КЛЛ) (трубка, закрученная в форме спирали или буквы «П») и **светодиодные** лампы.

Достоинства энергосберегающих ламп:

- высокая светоотдача (световой КПД), при равной мощности световой поток КЛЛ в 4–6 раз выше, чем у ЛН, что дает экономию электроэнергии 75–85%;
- длительный срок эксплуатации (без частого включения и выключения);
- возможность создания ламп с различными значениями цветовой температуры;
- нагрев корпуса и колбы значительно ниже, чем у лампы накаливания.

Недостатки энергосберегающих ламп:

– несмотря на то, что использование КЛЛ действительно вносит свою лепту в сбережение электроэнергии, опыт массового применения в быту выявил целый ряд проблем, главная из которых – короткий срок эксплуатации в реальных условиях бытового применения;

– использование широко распространенных выключателей с подсветкой приводит к периодическому, раз в несколько секунд, кратковременному зажиганию ламп, что приводит к скорому выходу из строя лампы. Об этом недостатке, за редким исключением, производители обычно не сообщают в инструкциях по эксплуатации.

– утилизация: КЛЛ содержат 3–5 мг ртути, ядовитое вещество 1-го класса опасности («чрезвычайно опасные»). Разрушенная или повреждённая колба лампы высвобождает пары ртути, что может вызвать отравление ртутью. [1]

Светодиодная лампа представляет собой двухвыводной прибор в прозрачном или полупрозрачном пластиковом литом корпусе различных цветов. Ее устройство вы видите на рис. 1.

Лампа вырабатывает значительное количество тепла, радиатор для светодиодов призван предотвратить перегрев конструкции, который может привести к ее выходу из строя.

Экономия. Так как светодиод – очень прочный и надежный источник света, он может прослужить непрерывно более ста тысяч часов. Экологическая безопасность и отсутствие специальной утилизации. Высокая механическая стойкость. Минусов у таких ламп немного. Светодиодные лампы нет возможности устанавливать в закрытые светильники (так как свет может приглушаться).

К минусам можно отнести стоимость. Она намного выше, чем у обычной лампочки, что можно объяснить высокой стоимостью составляющих. Такие лампы нельзя использовать с регуляторами света. [2]

Так давайте выясним. Экономия светодиодных ламп: правда или миф?

В начале исследования я обратила внимание на указанные мощности люминесцентных и светодиодных ламп (P_н). Результаты представлены в таблице.

Таблица 1. Результаты измерений силы тока и напряжения и вычислений экспериментальной мощности (P_э)

Лампы	U, В	P _н , Вт	I _н , мА	I, мА	P _э , Вт	Вывод
Люминесцентная	220	15	30	40	8,8	Не соответствует
Светодиодная	220	6	65	17	3,9	Не соответствует
		11	93	35	7,7	Не соответствует
		18	130	75	16,5	Не соответствует

Для того чтобы проверить соответствие указанной мощности и реальной я собрала установку и используя мультиметр измерила силу тока и напряжение. Используя формулу, $P = IU$, получила значение мощности. Проанализировав полученные значения, сделала **вывод**: ни одна заявленная мощность не соответствует экспериментально полученной. Следовательно, это мощность не светового потока, а потребляемая.

При покупке ламп накаливания потребитель ориентируется на количество ватт, указанных на маркировке, определяя тем самым, насколько ярко будет светить изделие. Производитель светодиодных ламп указывает эквивалент лампы накаливания гораздо выше реального, значит, мощность тоже завышается. На полке магазина могут рядом лежать две очень похожие лампы разных производителей, на одной из которых указана мощность 6 Вт, а на другой 8 Вт, при этом фактически может оказаться, что первая лампа имеет большую мощность и ярче светит.

Количество ватт, которое указывает производитель на упаковке, характеризуют не яркость устройства, а количество потребляемой электроэнергии за один час работы. Естественно, можно провести параллель между лампами накаливания и светодиодами, ориентируясь только на мощность.



Рисунок 1

Иногда уличить производителя можно даже не вскрывая упаковку лампы. Проводя исследование мне встречались лампы, на которых был указан эквивалент 60 Вт, а мелкими буквами световой поток 340 Лм, соответствующий мощности 40 Вт.

Светодиодные лампы имеют высокий показатель КПД, благодаря незначительному нагреву лампы.

Я решила проверить, до какой температуры нагревается корпус лампы и почему светодиоды перегорают? Измерения температуры я осуществляла с помощью пирометра. Как оказалось, они нагреваются в процессе работы. Чип светодиода чувствителен к перегреву. В каждой лампе есть радиатор, который служит для отвода тепла. В дешёвых лампах используются самые примитивные теплоотводы. Светодиоды и элементы электронной схемы могут перегреваться, и лампа выйдет из строя гораздо раньше. Существуют производители, которые указывают срок службы ламп 50000 часов, при этом в их драйверах стоят конденсаторы, которые вряд ли проработают больше 5000 часов.

Проведя исследования, я пришла к таким **выводам**:

1. Главным недостатком светодиодных ламп является цена.
2. Ни одна заявленная мощность не соответствует экспериментально полученной.
3. Чем больше нагревается светодиодная лампа, тем больше должен быть радиатор.

Светодиоды – основа освещения будущего. И экономия светодиодных ламп – правда. Но важно помнить, что производители экономят на материалах.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. <http://www.microarticles.ru/article/istochniki-sveta.html>
2. <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/230387>

SKORAYA K. V.

*State Educational Institution «Secondary School № 1
named after the Hero of the Soviet Union F. F. Kulikov»*

Scientific supervisor – Cheretun O. N., physics teacher,
the highest qualification category

THE ECONOMY OF LED LAMPS: TRUE OR FALSE?

Summary. *In this study, we consider an LED lamp, which is compared with other types of lamps. The author analyzes and compares theoretical results with experimental results.*

ТРОФИМОВИЧ Т. А.

Государственное учреждение образования «Гимназия № 2 г. Солигорска»

Научный руководитель – Шубин А. Н., учитель физики

ИЗУЧЕНИЕ ФОТОМЕТРИИ

Аннотация. В данной работе рассмотрены исследования различных источников света и определить их фотометрические параметры, определить экономическую эффективность этих источников света, сравнить параметры этих ламп с санитарными нормами, определить удобства работы при освещении данными лампами, создать индикатор освещенности.

Курс физики «Фотометрия» не изучается в курсе физики школьной программы.

Один раз на уроке я посмотрел на таблицу «Международная система СИ» и увидел там силу света, измеряемую в канделах. Я заинтересовался этим и спросил у учителя физики: «Что это за величина»? Тогда учитель предложил мне провести исследовательскую работу и углубленно изучить эту тему.

Цель: изучить теоретический материал курса физики «Фотометрия», провести исследования различных источников света и определить их фотометрические параметры, определить экономическую эффективность этих источников света, сравнить параметры этих ламп с санитарными нормами, определить удобства работы при освещении данными лампами, создать индикатор освещенности.

Гипотеза. Энергосберегающие и светодиодные лампы экономически выгоднее ламп накаливания, а лампы накаливания более соответствуют санитарным нормам освещенности.

В последнее время все чаще стали использовать светодиодные и энергосберегающие лампы, на упаковках которых указан световой поток данной лампы, на который большинство покупателей совершенно не обращают внимания, так как не знают, что такое люмен. Мы решили проверить, действительно ли эти лампы лучше ламп накаливания соответствующих световых потоков и дать санитарные и экономические характеристики различным источникам света, которые используют в быту и в учебных заведениях [1].

Результаты исследования могут быть полезны в выборе источников света для учебных заведений и для освещения учебного стола ученика дома, а также использование световых потоков источников света для получения дополнительной электрической энергии.

Фотометрия – раздел оптики, связанный с измерением энергии, переносимой световой волной, или с измерением величин, связанных с энергией электромагнитных волн оптического диапазона. Все приемники оптического излучения можно разделить на два основных класса:

а) широкополосные или неселективные, в основе работы которых лежит тепловое действие света (термоэлементы, болометры). Для них разработана система энергетических характеристик светового потока.

б) селективные, работа которых основана на фотоэлектрическом и фотохимическом действии света (глаз человека, фотоэлементы) для которых вводится система световых величин и единиц. Энергетические и световые величины взаимосвязаны.

1. Сила света J . Основная фотометрическая величина в системе СИ – сила света источника, измеряемая в канделах (кд). Кандела – это сила света, испускаемого с $1/60 \text{ см}^2$ поверхности эталонного источника в направлении нормали. В качестве эталонного источника принято излучение абсолютно черного тела при температуре затвердевания чистой платины.

2. Световой поток. Определяется как произведение силы света источника на величину телесного угла, в котором распространяется излучение:

$$d\Phi = J d\Omega$$

За единицу светового потока принимают люмен (лм) – световой поток от точечного источника силой света 1 кд, распространяющийся в пределах телесного угла 1 ср [2].

3. Освещенность. Физическая величина, равная световому потоку, приходящему на единицу площади освещаемой поверхности:

$$E = \frac{d\Phi}{d\sigma}$$

Освещенность измеряется в *люксах* (лк): 1 лк = 1 лм/м².

Освещенность площадки d , создаваемую точечным источником (т.е. таким источником, размеры которого малы по сравнению с расстоянием до точки наблюдения), можно представить следующим образом (рис. 1):

$$E = \frac{d\Phi}{d\sigma} = \frac{J d\Omega}{d\sigma} = \frac{J \cos i}{R^2}$$



Рис. 1 Лампа накаливания

Определение энергосберегающего эффекта.

Цель опыта: Определить энергию электрического тока за одинаковый промежуток времени работы лампы накаливания, энергосберегающей лампы и светодиодной лампы соответствующих мощностей.

Оборудование: лампа накаливания, энергосберегающая лампа, светодиодная лампа, электросчетчик, часы.

При выключенных всех электроприборах, потребляющих электроэнергию, мы поочередно включали лампу накаливания, энергосберегающую лампу и светодиодную лампы соответствующих мощностей на 60 минут, вычисляли расход электроэнергии каждой лампы и стоимость электроэнергии, расходуемой данной лампой в копейках. Результаты занесем в таблицу 1.

Таблица 1: Расход электроэнергии лампой

№	Наименование	Мощность: Р, Вт	Время работы: t, с	Начальные показания счетчика: Q_0 , кВт*ч	Конечные показания счетчика: Q_1 , кВт*ч	Расход электроэнер- гии лампой: А, кВт*ч	Стоимость, копейки
1	Лампа накаливания	60	3600	29538,114	29538,177	0,063	0,9
2	Энергосберегающая лампа	13	3600	29538,177	29538,191	0,014	0,2
3	Светодиодная лампа	6	3600	29538,191	29538,196	0,005	0,07

Наибольший расход электроэнергии у лампы накаливания, а наименьший – у светодиодной. Расход электроэнергии лампой накаливания в 4,5 раза больше, чем у энергосберегающей и в 13 раз больше, чем у светодиодной. Соответственно самая экономически выгодная – светодиодная лампа, а самая невыгодная – накаливания, т.к. стоимость расходуемой электроэнергии у лампы накаливания значительно больше, чем у светодиодной и энергосберегающей. Т.к., мощность определяется по формуле $P = \frac{A}{t}$, то работа электрического тока определяется по формуле $A = P * t$. Т.о., лампа накаливания использует $A_1 = 0,063 \text{ кВт*ч} * 1000 \text{ Вт} * 3600 \text{ с} = 226800 \text{ Дж}$, энергосберегающая лампа – $A_2 = 0,014 \text{ кВт} * 1000 \text{ Вт} * 3600 \text{ с} = 50400 \text{ Дж}$, светодиодная лампа – $A_3 = 0,005 \text{ кВт} * 1000 \text{ Вт} * 3600 \text{ с} = 18000 \text{ Дж}$.

Если бы лампа накаливания была бы мощностью 6 Вт, как светодиодная, то она бы использовала 22680 Дж, а энергосберегающая – 23226 Дж. Следовательно, энергосберегающая лампа на первый взгляд не такая уж и берегающая. На самом деле лампа накаливания мощностью 6 Вт не дает должный световой поток и освещённость. Поэтому из вышеназванных соответствующих ламп наиболее энергетически выгодная – светодиодная.

Я также решил рассчитать какое кол-во часов работы каждой лампы мы получим за 1 рубль и какова будет стоимость горения 1 часа каждой лампы. Исходя из данных интернета стоимость лампы накаливания мощностью 60 Вт 1 рубль, энергосберегающей лампы (13 Вт) – 4,5 рубля, светодиодной лампы (6 Вт) – 4,5 рубля. Согласно данным интернета средняя продолжительность работы лампы накаливания составляет 1000 часов, энергосберегающей лампы – 15000 часов, светодиодных – 30000 часов. Результаты опыта я занес в таблицу 2:

Таблица 2: Определение экономической эффективности ламп

№	Наименование	Цена лампы, рубли	Продолжительность работы лампы, часы	Кол-во часов работы, полученное за 1 рубль, N	Стоимость горения 1 часа каждой лампы, коп
1	Лампа накаливания	1	1000	1000	0,1
2	Энергосберегающая лампа	4,5	15000	3333	0,03
3	Светодиодная лампа	4,5	30000	6666	0,015

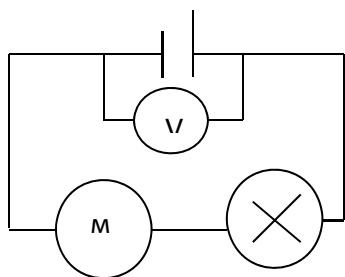
Определение электрического напряжения, силы тока и мощности электрической цепи, получаемой от световых потоков ламп различной модификации.

Цель опыта: определить электрическое напряжение, силы тока и мощности электрической цепи, получаемой от световых потоков ламп различной модификации, определить тип соединения солнечных батарей, который является наиболее выгодным.

Оборудование: лампа накаливания, энергосберегающая лампа, светодиодная лампа, солнечные батареи, миллиамперметр, вольтметр.

Сначала мы брали 1 солнечную батарею, подключали к ней лампочку, миллиамперметр и вольтметр и ставили эту электрическую цепь на разных расстояниях от лампы.

Схема электрической цепи:



Результаты опыта занесём в таблицы 2–4:

Таблица 2: Лампа накаливания, световой поток падает на 1 солнечную батарею

№	Расстояние: L, м	Сила тока: I, мА	Напряжение V, В	Мощность P, мВт
1	1	0,4	0,4	0,16
2	0,5	1,2	0,5	0,6
3	0,25	1,6	0,6	0,96

Таблица 3: Энергосберегающая лампа, световой поток падает на 1 солнечную батарею

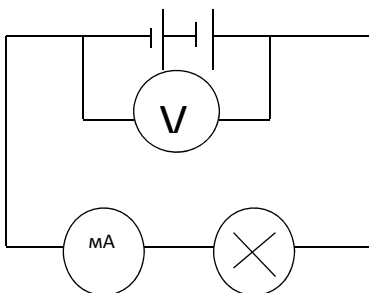
№	Расстояние: L, м	Сила тока: I, мА	Напряжение V, В	Мощность P, мВт
1	1	0,1	0,15	0,015
2	0,5	0,2	0,2	0,04
3	0,25	0,25	0,25	0,0625

Таблица 4: Светодиодная лампа, световой поток падает на 1 солнечную батарею

№	Расстояние: L, м	Сила тока: I, мА	Напряжение V, В	Мощность P, мВт
1	1	0,05	0,05	0,0025
2	0,5	0,1	0,1	0,01
3	0,25	0,15	0,15	0,0225

Потом мы взяли 2 солнечные батареи, соединенные последовательно, подключа-
ли к ним лампочку, миллиамперметр и вольтметр и ставили эту электрическую цепь
на разных расстояниях от лампы.

Схема электрической цепи:



Результаты опыта занесем в таблицы 5–7:

*Таблица 5: Лампа накаливания, световой поток падает на 2 батареи,
соединенные последовательно*

№	Расстояние: L, м	Сила тока: I, мА	Напряжение V, В	Мощность P, мВт
1	1	0,45	0,45	0,2025
2	0,5	1,9	0,6	1,14
3	0,25	3,3	0,8	2,64

*Таблица 6: Энергосберегающая лампа, световой поток падает
на 2 батареи, соединенные последовательно*

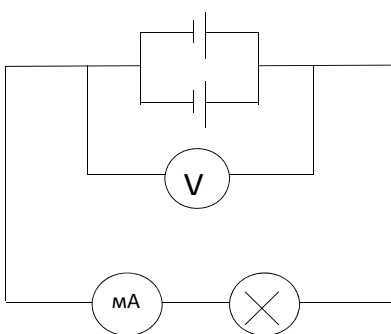
№	Расстояние: L, м	Сила тока: I, мА	Напряжение V, В	Мощность P, мВт
1	1	0,1	0,1	0,01
2	0,5	0,15	0,15	0,0225
3	0,25	0,2	0,2	0,04

*Таблица 7: Светодиодная лампа, световой поток падает
на 2 батареи, соединенные последовательно*

№	Расстояние: L, м	Сила тока: I, мА	Напряжение V, В	Мощность P, мВт
1	1	0,1	0,1	0,01
2	0,5	0,15	0,15	0,0225
3	0,25	0,2	0,2	0,04

Затем мы взяли 2 солнечные батареи, соединенные параллельно, подключа-
ли к ним лампочку, миллиамперметр и вольтметр и ставили эту электрическую цепь на
разных расстояниях от лампы.

Схема электрической цепи:



Результаты опыта занесем в таблицы 8–10:

Таблица 8: Лампа накаливания, световой поток падает на 2 батареи, соединенные параллельно

№	Расстояние: L, м	Сила тока: I, мА	Напряжение V, В	Мощность P, мВт
1	1	0,05	0,2	0,01
2	0,5	0,2	0,3	0,06
3	0,25	0,8	0,4	0,32

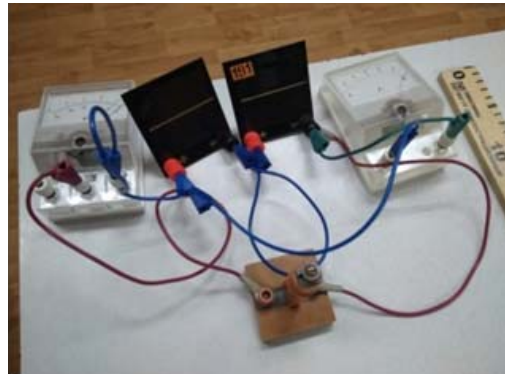


Рис. 2: Показания миллиамперметра в одном из экспериментов

Таблица 9: Энергосберегающая лампа, световой поток падает на 2 батареи, соединенные параллельно

№	Расстояние: L, м	Сила тока: I, мА	Напряжение V, В	Мощность P, мВт
1	1	0,05	0,15	0,0075
2	0,5	0,1	0,15	0,015
3	0,25	0,15	0,2	0,02

Таблица 10: Светодиодная лампа, световой поток падает на 2 батареи, соединенные параллельно

№	Расстояние: L, м	Сила тока: I, мА	Напряжение V, В	Мощность P, мВт
1	1	0,025	0,025	0,000625
2	0,5	0,05	0,05	0,0025
3	0,25	0,1	0,1	0,01



Рис. 3: Электрическая цепь с параллельным соединением солнечных батарей

Вывод: параллельное соединение солнечных батарей нецелесообразно, так как получаемая мощность электрического тока меньше, чем от одной батареи. Экономически выгодно соединять батареи последовательно, так как получаемая мощность увеличивается. Мощность электрической цепи, в которой используются электроэнергия от солнечной батареи очень мала, так как площадь самой батареи маленькая. Если использовать промышленные солнечные батареи, то можно получить значительное напряжение и силу тока в цепи, что даст возможность получать значительные мощности.

Определение фотометрических величин от ламп различной модификации

Цель опыта: определить фотометрические величины, электрическое напряжение и силу тока от ламп различной модификации.

Оборудование: лампа накаливания, энергосберегающая лампа, светодиодная лампа, солнечные батареи.

С помощью линейки мы измерили площадь солнечных батарей, измеряли напряжение, силу тока и определили мощность электрической цепи. На упаковке ламп указан световой поток, даваемый лампой. Используя формулы фотометрических величин, мы рассчитали силу света и освещенность, даваемые этими лампами. Для проведения опыта я взял одну солнечную батарею, которую поставил на расстояние 25 см от лампы. Данные опыта занесем в таблицу.

Таблица 11: Световой поток падает на 1 солнечную батарею

№	Наименование	Площадь солнечной батареи: S, м ²	Телесный угол: Ω, с.р.	Световой поток: Ф, лм	Сила света: J, кд	Освещенность: E, лк	Напряжение: V, В	Сила тока: I, мА	Мощность лампы: P, Вт	Мощность эл. цепи, даваемая от солнечной батареи: P, мВт
1	Лампа накаливания	0.0124	0,2	700	56	896	0,6	1,6	60	0,96
2	Энергосберегающая лампа	0.0124	0,2	720	57	917	0,25	0,25	13	0,0625
3	Светодиодная лампа	0.0124	0,2	420	33	535	0,15	0,15	6	0,0225

Вывод: из ламп соответствующих мощностей наибольший световой поток, силу света и освещенность дает энергосберегающая лампа, лампа накаливания помимо светового потока дает тепловое инфракрасное излучение, поэтому даваемая мощность электрического тока, полученная с помощью лампы накаливания – максимальная. Хотя световой поток от энергосберегающей лампы был немного выше, чем у лампы накаливания, мощность электрической энергии, даваемая от солнечной батареи в электрическую цепь больше у лампы накаливания. Было бы абсурдно получать электрическую энергию с помощью солнечной батареи от другого источника света, на работу которого затрачивается более значительная электроэнергия, чем полученная с помощью солнечной батареи. Однако, если использовать солнечные батареи на предприятиях, где используются круглосуточная освещенность, например, в теплицах, где выращивают овощи или цветы, или на птицефабриках, где используют лампы накаливания в качестве регулирования температуры инкубатора для получения энергии, можно использовать солнечные батареи даже небольшой мощности и получать энергию, например, для подогрева воды или других хозяйственных нужд.



Рис. 4: Проведение эксперимента с 1 солнечной батареей на расстоянии 25 см

Использование световых потоков различных источников света для получения дополнительной электрической энергии.

Цель: теоретически рассчитать возможную дополнительную электрическую энергию при работе осветительных ламп в инкубаторах и теплицах.

Выполнение опыта:

Из наших экспериментов максимальная мощность электрического тока, полученная от лампы накаливания для одной солнечной батареи, была 0,96 мВт, при площади поверхности батареи 0,0124 м². Если площадь стен стандартного инкубатора 20 м² покрыть солнечными батареями, то мощность такой батареи будет больше нашей батареи в 1613 раз, т.е. 1,548 Вт. Если учесть, что лампы горят круглосуточно, то электроэнергия ($E = P \cdot t$), полученная от такой батареи составит за сутки 133747 Дж или 0,37 кВт*ч. Если учесть, что яйца в инкубаторе находятся 21 сутки, то за этот период дополнительная электроэнергия составит 7,77 кВт*ч, а за год 135 кВт*ч. Для стандартных теплиц с площадью стен 200 м² – дополнительная электроэнергия составит за год 1350 кВт*ч. Несмотря на то, что эта энергия небольшая, ее можно использовать, например, для подогрева воды для полива. Причем все эти расчеты мы произвели для 1 лампочки.

Определение удобства работы при освещении лампами соответствующих мощностей.

Цель опыта: определить удобства работы при освещении данными лампами и сравнить освещенность с санитарными нормами.

Оборудование: лампа накаливания, энергосберегающая лампа, светодиодная лампа, самодельная модель электрической цепи в квартире.



Рис. 5: Проведение эксперимента с потреблением электроэнергии лампой

Мы предложили выполнить нашим членам семьи различные домашние работы под освещением данных ламп и результаты занесли в таблицу 12.

Таблица 12: Ощущения от работы с освещением данными лампами

№	Наименование	Ощущения от работы с освещением данными лампами
1	Лампа накаливания	Лампа накаливания дает большое количество света (больше, чем энергосберегающая и светодиодная лампы), но лампа накаливания очень сильно нагревается.
2	Энергосберегающая лампа	Энергосберегающая лампа дает достаточное количество света для работы при освещении данной лампой, лампа нагревается, но не так сильно, как накаливания
3	Светодиодная лампа	Светодиодная лампа дает достаточное количество света для работы при освещении данными лампами, эта лампа почти не нагревается, дает самый приятный для глаз цвет – белый.

Мы сравнили освещенность данных ламп, взятые из прошлого опыта и сравнили с нормами освещенности. Согласно санитарным нормам, основными нормируемыми показателями являются освещенность на рабочих местах в классе, общий индекс цветопередачи, коэффициент пульсаций освещенности. Так как, стандартная частота переменного тока 50 Герц, то глаз человека не замечает данную пульсацию (до 20 Герц). Освещенность кабинетов составляет согласно нормам СЭС – 400 люкс, если источники света расположены на расстоянии не менее 3 м от пола. Так как

мы измеряли освещенность, даваемую нашими лампами на расстоянии 0,25 м, то освещенность от этих ламп на расстоянии 3 м от нее уменьшается в 12 раз и составит 75 люкс – для лампы накаливания, 76 люкс – для энергосберегающей лампы, 45 люкс – для светодиодной лампы. Следовательно, для освещенности рабочих мест в классе необходимо минимум 6 ламп накаливания, или 6 энергосберегающих, или 9 светодиодных ламп соответствующей мощности (60 Вт для лампы накаливания). В нашем кабинете физики 12 ламп дневного света мощностью 75 Вт, дающие общую освещенность 5000 люкс, то есть 417 люкс, что соответствует санитарным нормам.

В целях работы мы планировали получить индикатор освещенности на основе солнечной батареи и светодиодной лампы, работающей при низком напряжении до полтора вольт и низкой силе тока. Однако, площадь нашей солнечной батареи недостаточная, чтобы данный индикатор работал. Для данных целей уже существует прибор: люксметр Ю-116, основанный на работе фотоэлементов.

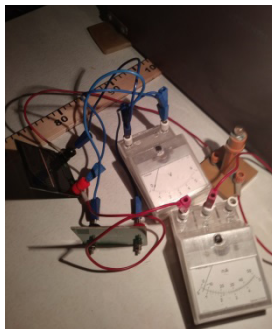


Рис. 6: Проведение эксперимента с последовательным соединением солнечных батарей

Вывод: Лампа накаливания дает больше света, чем энергосберегающая и светодиодная лампы, но она очень сильно нагревается. Энергосберегающая лампа дает немного меньше света, чем остальные, нагревается слабее лампы накаливания. Светодиодная лампа дает хорошее количество света, самый приятный для глаз свет – белый, почти не нагревается. Наиболее удобной была работа с освещением светодиодной лампой. Для освещенности рабочих мест в классе необходимо минимум 6 ламп накаливания, или 6 энергосберегающих, или 9 светодиодных ламп соответствующей мощности (60 Вт для лампы накаливания).

Заключение

1. Наибольший расход электроэнергии у лампы накаливания, а наименьший – у светодиодной. Соответственно самая экономически выгодная – светодиодная лампа, а самая невыгодная – накаливания, т.к. стоимость расходуемой электроэнергии у лампы накаливания значительно больше, чем у светодиодной и энергосберегающей.

2. Параллельное соединение солнечных батарей нецелесообразно, так как получаемая мощность электрического тока меньше, чем от одной батареи. Экономически выгодно соединять батареи последовательно, так как получаемая мощность увеличивается.

3. Из ламп соответствующих мощностей наибольший световой поток, силу света и освещенность дает энергосберегающая лампа, лампа накаливания помимо светового потока дает тепловое инфракрасное излучение, поэтому даваемая мощность электрического тока, полученная с помощью лампы накаливания – максимальная. Можно использовать солнечные батареи на предприятиях, где используются круглосуточная освещенность, например, в теплицах, где выращивают овощи или цветы, или на птицефабриках, где используют лампы накаливания в качестве регулирования температуры инкубатора для получения энергии

4. Наиболее удобная – работа с освещением светодиодной лампой. Для освещенности рабочих мест в классе необходимо минимум 6 ламп накаливания, или 6 энергосберегающих, или 9 светодиодных ламп соответствующей мощности (60 Вт для лампы накаливания).

5. Энергосберегающие и светодиодные лампы экономически выгоднее ламп накаливания, а лампы накаливания более соответствуют санитарным нормам освещенности, что подтверждает нашу гипотезу

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Наркевич, И. П., Печковский, В. В. Утилизация и ликвидация отходов в технологии неорганических веществ / И. П. Наркевич, – М.:Химия, 1984. – 43 с.
2. Ордов, Д. С. Экология и охрана биосферы при химических загрязнениях / Д. С. Ордов. – М.: Высшая школа, 2002. – 22 с.
3. Технология получения технического хлористого натрия из галитовых хвостов [Электронный ресурс] / Молодой ученый. – 2015. – Режим доступа: <https://moluch.ru/archive/99/22299/>. – Дата доступа: 21.08.2019.
4. Вода питьевая. Методы определения содержания хлоридов [Электронный ресурс] / Методы определения содержания хлоридов. – 2019. – Режим доступа: https://znaytovar.ru/gost/2/gost_424572_voda_pitevaya_meto.html. – Дата доступа: 02.07.2019.

TROFIMOVICH T. A.

State educational institution «Gymnasium No. 2 of the city of Soligorsk»

Scientific supervisor – Shubin A. N., physics teacher

STUDY OF PHOTOMETRY

Summary. In this study, the energy of electric current was analyzed and determined for the same period of time of operation of an incandescent lamp, an energy-saving lamp, and an LED lamp of the corresponding power; the electric voltage, current strength and power of the electric circuit obtained from the light fluxes of lamps of various modifications are determined, the type of connection of solar batteries is determined, which is the most profitable; determine photometric values, electric voltage and current from lamps of various modifications; theoretically calculated the possibility of additional electrical energy during the operation of lighting lamps in incubators and greenhouses; the convenience of work when lighting with these lamps is determined and the illumination is compared with sanitary standards. The highest energy consumption is for an incandescent lamp, and the lowest is for LED. Accordingly, the most cost-effective is an LED lamp, and the most disadvantageous is incandescent, because the cost of energy spent by an incandescent lamp is much higher than that of LED and energy-saving. Energy-saving and LED lamps are more economical than incandescent lamps, and incandescent lamps are more consistent with sanitary standards of illumination, which confirms our hypothesis.

ХОМЕНКО М. А.

Государственное учреждение образования
«Гимназия № 2 г. Барановичи»

Научный руководитель – Гиткович О. И., учитель математики первой категории

ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ НЕСТАНДАРТНОГО ХАРАКТЕРА

Аннотация. В исследовательской работе рассмотрены замечательные неравенства, показано практическое применение замечательных неравенств при решении задач нестандартного характера.

ВВЕДЕНИЕ. Неравенства играют фундаментальную роль в большинстве разделов современной математики, без них не может обойтись ни физика, ни математическая статистика, ни экономика.

Задачи, решение которых весьма затруднительно или даже невозможно получить без применения замечательных неравенств, – частые гости на математических олимпиадах школьников, а значит, тот, кто захочет хорошо подготовиться к тому или иному математическому конкурсу, обязан будет познакомиться с наиболее знаменитыми и востребованными замечательными неравенствами.

Одним из математических инструментов рационализирующим путь решения задач такого вида является **объект** нашего исследования – замечательные неравенства.

Предметом исследования является практическое применение замечательных неравенств для решения задач нестандартного характера.

Исследование проводилось с **целью**: выявить значимость применения замечательных неравенств при решении задач нестандартного характера. Для этого решались следующие **задачи**:

1. Раскрыть теоретические особенности замечательных неравенств;
2. Продемонстрировать применение замечательных неравенств при решении задач нестандартного характера;
3. Установить эффективность применения замечательных неравенств к решению некоторых видов задач нестандартного характера.

В качестве методов исследования были использованы: анализ, синтез, сравнение, обобщение, аналогия.

Гипотеза: если знать теоретические особенности замечательных неравенств и уметь их применять, то это упростит решение многих задач нестандартного характера.

В первой главе работы рассматривается теоретический материал. Вторая глава содержит практическое применение замечательных неравенств при решении задач нестандартного характера.

ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

Среди неравенств выделяют ряд известных замечательных неравенств. Многие из них были доказаны знаменитыми математиками и названы их именами. К ним, в частности, относятся неравенства Коши, Коши-Буняковского, Бернулли, Йенсена, Караматы.

1. Неравенство Коши для произвольного числа переменных

Для любых действительных неотрицательных чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$ ($n \in \mathbb{N}$) справедливо следующее неравенство

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n},$$
 причем равенство имеет место тогда и только тогда, когда $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

Несложно доказать это неравенство для двух, трех, четырех, пяти чисел. Далее французский математик Коши решая частные подзадачи и применив метод математической индукции, доказал свое неравенство.

Среднее гармоническое положительных чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$ не больше среднего геометрического этих чисел:

$$(a_1^{-1} + a_2^{-1} + \dots + a_n^{-1})^{-1} \leq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$$

Среднее арифметическое положительных чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$ не больше среднего квадратичного этих чисел:

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \leq \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}.$$

2. Неравенство Йенсена

Введем несколько новых обозначений.

Определение. Множество называется выпуклым, если отрезок, соединяющий любые его две точки, сам целиком содержится во множестве.

Пусть имеется функция $y=f(x)$, определенная на некотором интервале. У каждой функции имеется график. График функции, определенной на всей числовой прямой, разбивает плоскость на два множества: $y \geq f(x)$ и $y < f(x)$. Такие два множества называются надграфик и подграфик.

Определение. Пусть $f(x)$ определена на некотором интервале. Тогда множество $y \geq f(x)$, где x принадлежит интервалу, называется надграфиком, а множество $y < f(x)$, где x принадлежит интервалу, – подграфиком соответственно.

Теорема (неравенство Йенсена): Пусть $f(x)$ – функция, выпуклая на некотором интервале, $x_1, x_2, \dots, x_n$ – произвольные числа из этого интервала, а $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ – произвольные положительные числа, сумма которых равна единице.

Тогда: $f(\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_n x_n) \leq \alpha_1 f(x_1) + \dots + \alpha_n f(x_n)$.

3. Неравенство Коши-Буняковского

На первый взгляд, неравенство Йенсена не производит особого впечатления: слишком обще выглядит формулировка. Однако дальше можно убедиться, что это впечатление обманчиво.

Продемонстрировать силу неравенства Йенсена можно на конкретном примере. А именно, можно доказать знаменитое неравенство Коши-Буняковского

$$(a_1^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1 b_1 + \dots + a_n b_n)^2$$

где $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$ – произвольные положительные числа.

Следствие из неравенства Коши-Буняковского.

Для любого натурального n справедливо неравенство

$$(a + b)^n \leq 2^{n-1}(a^n + b^n), \text{ где } a \geq 0, b \geq 0.$$

Примечание. Если n -нечетное, то данное неравенство можно переписать в более общем виде $(a \pm b)^n \leq 2^{n-1}(a^n \pm b^n)$.

4. Неравенство Караматы

Определение. Пусть даны два упорядоченных набора из n действительных чисел $a=(a_1, a_2, \dots, a_n)$, $b=(b_1, b_2, \dots, b_n)$, для которых $a_i \geq a_{i+1}$, $b_i \geq b_{i+1}$ при $i=1, 2, \dots, n-1$. Будем говорить, что набор a мажорирует набор b , и писать $a \succ b$, если

$$\begin{cases} a_1 \geq b_1, \\ a_1 + a_2 \geq b_1 + b_2, \\ \dots \\ a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} \geq b_1 + b_2 + \dots + b_{n-1}, \\ a_1 + a_2 + \dots + a_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n. \end{cases}$$

Теорема. Для любой выпуклой функции $y=f(x)$, определенной на некотором промежутке I , и любых двух наборов чисел $a=(a_1, a_2, \dots, a_n)$, $b=(b_1, b_2, \dots, b_n)$ из этого промежутка, удовлетворяющих условию $a \succ b$, справедливо неравенство $f(a_1) + f(a_2) + \dots + f(a_n) \geq f(b_1) + f(b_2) + \dots + f(b_n)$.

Это неравенство и называется неравенством Караматы.

Отметим, что неравенство Караматы является обобщением неравенства Йенсена.

5. Неравенство Бернулли

Для произвольного натурального n и вещественного $x > -1$ имеет место неравенство $(1+x)^n \geq 1+nx$.

Таким образом, раскрыта теоретическая часть данной работы. Что позволяет рассмотреть применение замечательных неравенств при решении нестандартных задач.

ПРИМЕНЕНИЕ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫХ НЕРАВЕНСТВ

Рассмотрим задачи, которые решим с помощью замечательных неравенств.

1. Неравенство Коши

Задача 1. Доказать неравенство: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2004 < 1002,5^{2004}$.

Доказательство.

Данное неравенство равносильно неравенству:

$$\sqrt[2004]{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2004} < 1002,5.$$

Воспользуемся неравенством Коши.

Тогда

$$\sqrt[2004]{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2004} < \frac{1+2+3+\dots+2004}{2004} = \frac{(1+2004) \cdot 2004 \cdot \frac{1}{2}}{2004} = \frac{1}{2} \cdot 2005 = 1002,5.$$

Задача 2. Найти наименьшее значение выражения $\frac{(a+1)(b+1)(a+c)(b+c)}{abc}$, где a, b, c – любые положительные числа.

Решение.

Согласно неравенству Коши

$$(a+1)(b+1)(a+c)(b+c) \geq 2\sqrt{a \cdot 1} \cdot 2\sqrt{b \cdot 1} \cdot 2\sqrt{ac} \cdot 2\sqrt{bc} = 16abc,$$

откуда следует, что наименьшее значение искомой дроби равно 16. Это значение достигается при $a=b=c$.

Ответ: 16.

Задача 3. Какое из чисел больше $\sqrt{388}$ или $\sqrt[3]{3000}$?

Решение.

$$\sqrt{388} = \sqrt{\frac{776}{2}} = \sqrt{\frac{100+676}{2}} = \sqrt{\frac{10^2+26^2}{2}} > \frac{10+26}{2} = 18.$$

$$\sqrt[3]{3000} = \sqrt[3]{10 \cdot 15 \cdot 20} < \frac{10+15+20}{3} = 15.$$

Значит, $\sqrt[3]{3000} < 15 < 18 < \sqrt{388}$.

Ответ: $\sqrt[3]{3000} < \sqrt{388}$.

Задача 4. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 - |xy| + 9 = 0, \\ 36 - y^2 = (2x - y)^2. \end{cases}$

Решение.

Так как $|xy| = |x| \cdot |y|$ и $x^2 = |x|^2$, то из первого уравнения системы получаем

$$|y| = \frac{|x|^2 + 9}{|x|} = |x| + \frac{9}{|x|}. \text{ Отсюда, используя неравенство Коши } \frac{a_1 + a_2}{2} \geq \sqrt{a_1 \cdot a_2}, \text{ где}$$

$a_1 \geq 0, a_2 \geq 0$, получаем неравенство $|y| \geq 6$.

Из второго уравнения системы следует, что $36 - y^2 \geq 0$, т.е. $|y| \leq 6$. Ранее было установлено, что $|y| \geq 6$. Поэтому $|y| = 6$ и $y_1 = -6, y_2 = 6$. Если найденные значения y подставить во второе уравнение системы, то $x_1 = -3$ и $x_2 = 3$.

Ответ: $(-3; -6), (3; 6)$

Задача 5. Если $x > 1$ и $y > 1$, то $\frac{x^2}{y-1} + \frac{y^2}{x-1} \geq 8$.

Доказательство.

Пусть $a = x - 1$ и $b = y - 1$, тогда $a > 0, b > 0$, и с учетом неравенства Коши получаем

$$\frac{x^2}{y-1} + \frac{y^2}{x-1} = \frac{(a+1)^2}{b} + \frac{(b+1)^2}{a} \geq 2\sqrt{\frac{(a+1)^2(b+1)^2}{a \cdot b}} = 2 \cdot \frac{(a+1)(b+1)}{\sqrt{ab}} \geq 2 \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{a} \cdot 2 \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{ab}} = \frac{8\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}} = 8.$$

Следовательно, неравенство доказано.

2. Неравенство Йенсена

Задача 1. Решите уравнение $\sqrt{5(\sqrt{2x} + 4\sqrt{x+1})} = \sqrt[4]{2x} + 4\sqrt[4]{x+1}$.

Решение.

Областью определения уравнения является промежуток $[0; +\infty)$. Разделив обе части уравнения, на -5, перепишем его в виде:

$$-\sqrt{\frac{1}{5}(\sqrt{2x} + 4\sqrt{x+1})} = -\frac{1}{5}\sqrt[4]{2x} - \frac{4}{5}\sqrt[4]{x+1}$$

Левую часть оценим сверху, используя неравенство Йенсена для функции $f(x) = -\sqrt{x}$ и коэффициентов.

Таким образом, уравнение реализует равенство в произведенной оценке. Оно достигается тогда и только тогда, когда $\sqrt{2x} = \sqrt{x+1}$, т.е. при $x=1$.

Ответ: 1.

Задача 2. Решите уравнение

$$\sqrt{6\sqrt{2x} + 12\sqrt{x+1} + 18\sqrt{x^2+1}} = \sqrt[4]{2x} + 2\sqrt[4]{x+1} + 3\sqrt[4]{x^2+1}.$$

Решение.

Применяя неравенство Йенсена к функции $f(x) = -\sqrt{x}$ и величинам

$$x_1 = \sqrt{2x}, \quad x_2 = \sqrt{x+1}, \quad x_3 = \sqrt{x^2+1}$$

с набором коэффициентов $\alpha_1 = \frac{1}{6}$, $\alpha_2 = \frac{1}{3}$, $\alpha_3 = \frac{1}{2}$ соответственно.

Ответ: 1 – единственный корень уравнения.

Задача 4. Доказать, что для любых $a_1, a_2, \dots, a_n > 0$ справедливо неравенство:

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n) \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \right) \geq n^2.$$

Неравенство можно переписать в виде

$$\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \right) \geq \frac{n^2}{a_1 + a_2 + \dots + a_n} \quad \text{это равносильно тому, что}$$

$$\frac{1}{n} \frac{1}{a_1} + \frac{1}{n} \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{n} \frac{1}{a_n} \geq \frac{1}{\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}}.$$

Рассматриваем функцию $f(x) = \frac{1}{x}$ и воспользовавшись неравенством Йенсена, получаем то, что требуется доказать.

3. Неравенство Коши-Буняковского

Задача 1. Доказать, что для любых действительных чисел a, b, c , если $a+b+c \geq 3$, то будет справедливо и неравенство $a^2+b^2+c^2 \geq 3$.

Решение.

Применив неравенство Коши-Буняковского, получим:

$(a^2+b^2+c^2)(1^2+1^2+1^2) \geq (a \cdot 1 + b \cdot 1 + c \cdot 1)^2$, т.е. $3(a^2+b^2+c^2) \geq (a+b+c)^2$, но по условию $a+b+c \geq 3$, значит $3(a^2+b^2+c^2) \geq 9$, откуда сразу следует доказываемое соотношение. Что и требовалось доказать.

Задача 2. Докажите, что для любого значения x из области определения выполняется неравенство

$$\sqrt{5x+1} + \sqrt{6x+1} + \sqrt{1-11x} \leq 3.$$

Решение.

Неравенство Коши-Буняковского дает для любого значения x из области определения соотношение:

$$\sqrt{5x+1} \cdot 1 + \sqrt{6x+1} \cdot 1 + \sqrt{1-11x} \cdot 1 \leq$$

$$\leq \sqrt{(\sqrt{5x+1})^2 + (\sqrt{6x+1})^2 + (\sqrt{1-11x})^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}$$

или $\sqrt{5x+1} \cdot 1 + \sqrt{6x+1} \cdot 1 + \sqrt{1-11x} \cdot 1 \leq \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$, что доказывает требуемое неравенство (область определения неравенства не является пустым множеством).

Что и требовалось доказать.

Задача 3. Найти наименьшее значение выражения $x^2+y^2+z^2$, если $x+y+z=1$.

Решение.

Согласно неравенству Коши-Буняковского имеем

$$(1 \cdot x + 1 \cdot y + 1 \cdot z)^2 \leq (1^2 + 1^2 + 1^2)(x^2 + y^2 + z^2), \text{ или } 1 \leq 3(x^2 + y^2 + z^2), \text{ или } x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{3},$$

причем равенство имеет место при $x=y=z=\frac{1}{3}$.

Ответ: $\frac{1}{3}$.

Задача 4. Доказать, что из условия $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1$ следует, что

$$a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 \geq \frac{1}{n}.$$

Доказательство.

Истинность данного утверждения следует из неравенства Коши-Буняковского.

Примем $b_i = 1$ и подставим их в соответствующее неравенство.

Имеем:

$$(1 \cdot a_1 + 1 \cdot a_2 + \dots + 1 \cdot a_n)^2 \leq (1 + 1 + \dots + 1) \cdot (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2),$$

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2 \leq n \cdot (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2). \text{ Поскольку } a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1, \text{ то}$$

$$1 \leq n \cdot (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2), \text{ то есть } a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 \geq \frac{1}{n}.$$

Что и требовалось доказать.

4. Неравенство Бернулли

Задача 1. Решите уравнение $(x+1)^2 + (x+2)^3 + (x+3)^4 = 287x$.

Решение.

Введем новую переменную $y = x - 1$, тогда уравнение принимает вид

$$(y+2)^2 + (y+3)^3 + (y+4)^4 = 287(y+1).$$

Оценим снизу левую часть уравнения, применяя неравенство Бернулли

$(1+x)^n \geq 1 + nx$, где $x > -1$ и n – натуральное число.

Имеет место

$$(y+2)^2 + (y+3)^3 + (y+4)^4 = 4\left(1 + \frac{y}{2}\right)^2 + 27\left(1 + \frac{y}{3}\right)^3 + 256\left(1 + \frac{y}{4}\right)^4 \geq 4\left(1 + 2 \cdot \frac{y}{2}\right) + 27\left(1 + 3 \cdot \frac{y}{3}\right) + 256x$$

$$x\left(1 + 4 \cdot \frac{y}{4}\right) = 287(1+y).$$

Тогда следует, что примененные выше неравенства Бернулли превращаются в равенства, а это возможно лишь в том случае, когда $y = 0$. Так как $y = 0$ и $y = x - 1$, то $x = 1$.

Ответ: 1.

Задача 2. Что $1,005^{200}$ или $0,994^{10}$ больше?

$$1,005^{200} = (1 + 0,005)^{200} \geq 1 + 200 \cdot 0,005 = 2$$

$$0,994^{10} = (1 - 0,006)^{10} \geq 1 - 10 \cdot 0,006 = 0,94$$

Кроме того, очень большая группа неравенств может быть легко доказана с помощью теоремы Бернулли.

Задача 3. Доказать, что для любых $n \in \mathbb{N}$ $(1,5)^n \geq 1 + 0,5n$

Доказательство.

Положив $x = 0,5$ и применив теорему Бернулли для выражения $(1 + 0,5)^n$, получим требуемое неравенство.

Задача 4. Найти наименьшее значение функции $y = (1-x)^n + (1+x)^n$ на отрезке $x \in [-1; 1]$.

Решение. Применив к функции неравенство Бернулли, получим, что

$$y = (1-x)^n + (1+x)^n \geq 1 - n \cdot x + 1 + n \cdot x = 2. \text{ Равенство достигается при } x = 0.$$

Ответ: 2.

5. Неравенство Караматы

Задача 1. Докажите, что для любых положительных чисел a, b, c справедливо неравенство:

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} + 2\sqrt{ab + ac + bc} \geq \sqrt{a^2 + 2bc} + \sqrt{b^2 + 2ac} + \sqrt{c^2 + 2ab}.$$

Доказательство.

Данное неравенство равносильно тому, что

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} + \sqrt{ab + ac + bc} + \sqrt{ab + ac + bc} \geq \sqrt{a^2 + 2bc} + \sqrt{b^2 + 2ac} + \sqrt{c^2 + 2ab}.$$

Пусть $a \geq b \geq c$. Рассмотрим два набора чисел $(a^2 + b^2 + c^2, ab + ac + bc, ab + ac + bc)$, $(a^2 + 2bc, b^2 + 2ac, c^2 + 2ab)$.

Покажем, что наборы чисел мажорируют. Воспользуемся определением мажоризации:

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq a^2 + 2bc$$

$$(b-c)^2 \geq 0 \text{ – верно;}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + ab + ac + bc \geq a^2 + 2bc + b^2 + 2ac$$

$$c^2 - bc - ac + ab \geq 0$$

$$c(c-b) - a(c-b) \geq 0$$

$$(c-b)(c-a) \geq 0,$$

$$(c-b) \leq 0 \text{ и } (c-a) \leq 0;$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + ab + ac + bc + ab + ac + bc = a^2 + 2bc + b^2 + 2ac + c^2 + 2ab$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = a^2 + 2bc + b^2 + 2ac + c^2 + 2ab.$$

Верно.

Значит, наборы чисел мажорируют. Применив неравенство Караматы для выпуклой функции $f(x) = \sqrt{x}$, получаем верное исходное неравенство.

Рассмотрим решение нескольких непростых задач, применив традиционные методы и замечательные неравенства.

Пример 1. Решить уравнение

$$\sqrt{2x - x^2} + \sqrt{3x^2 + 2x - 1} + \sqrt{5x^2 - 4x} = 5x - 1.$$

Найдем область определения уравнения, которая может быть описана с помощью следующей системы неравенств:

$$\begin{cases} 2x - x^2 \geq 0, \\ 3x^2 + 2x - 1 \geq 0, \\ 5x^2 - 4x \geq 0, \\ 5x - 1 \geq 0. \end{cases}$$

Множеством решений данной системы является промежуток $x \in \left[\frac{4}{5}; 2\right]$. Разложим выражения под знаком каждого корня на множители. Можно показать, что на области определения уравнения все сомножители будут только неотрицательными. Тогда к каждому из корней можно применить оценку посредством неравенства Коши. В результате левая часть исходного уравнения может быть оценена так:

$$\sqrt{(2-x)x} + \sqrt{(3x-1)(x+1)} + \sqrt{(5x-4)x} \leq \frac{2-x+x}{2} + \frac{3x-1+x+x}{2} + \frac{5x-4+x}{2} = 5x - 1.$$

Правая часть неравенства после преобразований совпадает с правой частью рассматриваемого уравнения. Таким образом, на области определения его левая часть не больше правой части. Равенство возможно только при выполнении следующих

$$\text{условий } \begin{cases} x = 2 - x, \\ x - 1 = x + 1, \\ 5x - 4 = x. \end{cases} \text{ Записанная система имеет единственное решение } x=1.$$

Найденное значение принадлежит области определения исходного уравнения, а, следовательно, является его решением.

Классическим методом решения иррациональных уравнений является возведение их левой и правой частей в степень. Если обсуждаемое уравнение решать таким методом, то после всех преобразований мы получим уравнение восьмой степени. Подбором можно установить, что $x=1$ является корнем этого уравнения кратности 2. Далее требуется найти корни многочлена шестой степени или доказать, что их нет, причем рациональных корней он не имеет. Таким образом, решение данного уравнения путем последовательного возведения в степень позволяет найти его корень. Однако без использования других методов весьма затруднительно доказать тот факт, что других корней данное уравнение не имеет. Таким образом, применение неравенства Коши позволяет обнаружить решение быстрее и проще.

Другим неравенством, дающим возможность эффективно решать некоторые виды уравнений, является неравенство Бернулли.

В качестве примера рассмотрим следующее уравнение.

Пример 2. Решить уравнение $\sqrt[4]{1+x} = \left(1 + \frac{x}{16}\right)^4$. При решении классическим

способом путем возведения в четвертую степень получаем уравнение шестнадцатой степени, корни которого найти не просто. Перепишем уравнение в следующем виде

$$\sqrt[4]{1+x} - \left(1 + \frac{x}{16}\right)^4 = 0. \text{ Область определения уравнения представляет собой не-}$$

равенство $x \geq -1$. Применим к выражению $\sqrt[4]{1+x}$ неравенство Бернулли, в результате получаем оценку

$$(1+x)^{\frac{1}{4}} \leq 1 + \frac{x}{4}, \quad (1)$$

которая выполняется на всей области определения. Выражение $\left(1 + \frac{x}{16}\right)^4$ с помощью неравенства Бернулли можно оценить следующим образом

$$\left(1 + \frac{x}{16}\right)^4 \geq 1 + \frac{x}{4}. \quad (2)$$

Оценка справедлива при условии $x \geq -16$. Соответственно на области определения исходного уравнения выполняются оценки (1) и (2). Умножим неравенство (2) на -1, тогда справедливо неравенство $\sqrt[4]{1+x} - \left(1 + \frac{x}{16}\right)^4 \leq 1 + \frac{x}{4} - 1 - \frac{x}{4}$, что

позволяет найти оценку левой части уравнения. Она такова $\sqrt[4]{1+x} - \left(1 + \frac{x}{16}\right)^4 \leq 0$.

Полученное неравенство выполняется для любых значений x из области определения исходного уравнения. Равенство возможно только при выполнении следующих

условий $\begin{cases} x = 0, \\ \frac{x}{16} = 0. \end{cases}$. Уравнение имеет решение $x=0$.

Пример 3. Решите уравнение $(x+6)^5 - (x+2)^5 = 64$.

Решение.

Применим следствие из неравенства Коши-Буняковского при $n=5$ в виде

$$a^5 - b^5 \geq \frac{(a-b)^5}{16} \quad (*).$$

Используя это неравенство, оценим снизу левую часть исходного уравнения.

Тогда $(x+6)^5 - (x+2)^5 \geq \frac{(x+6-x-2)^5}{16} = 64$. Отсюда и из данного уравнения следует вы-

вод о том, что неравенство (*) обращается в равенство, а это возможно только в том случае, когда $a=b$. Следовательно, имеем $x+6 = x+2$, т.е. $x_1 = -4$.

Ответ: -4.

Пример 4. Доказать, что если $a>0$, $b>0$, $c>0$, то

$$(a+b+c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 9.$$

1 способ.

Докажем неравенство по определению:

$$\begin{aligned} (a+b+c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) - 9 &= 1 + \frac{a}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{a} + 1 + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} + \frac{c}{b} + 1 - 9 = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) + \\ &+ \left(\frac{c}{a} + \frac{a}{c} \right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b} \right) - 6 = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2 \right) + \left(\frac{c}{a} + \frac{a}{c} - 2 \right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b} - 2 \right) = \frac{(a-b)^2}{ab} + \\ &+ \frac{(a-c)^2}{ac} + \frac{(b-c)^2}{bc} \geq 0. \end{aligned}$$

Значит, неравенство справедливо.

2 способ.

Применим неравенство Коши для $n=3$, получим

$$a+b+c \geq 3 \cdot \sqrt[3]{a \cdot b \cdot c}; \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c}}.$$

Перемножив неравенства, получим, что $(a+b+c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 9$.

Пример 5. Докажите, что $\left(\frac{n+1}{2}\right)^n > n!$, где $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$.

Доказательство.

Возьмем в качестве опорных следующие неравенства Коши:

$$\begin{aligned} \frac{n+1}{2} &\geq \sqrt{n \cdot 1}; \quad \frac{(n-1)+2}{2} \geq \sqrt{(n-1) \cdot 2}; \quad \frac{(n-2)+3}{2} \geq \sqrt{(n-2) \cdot 3}; \dots; \\ \frac{2+(n-1)}{2} &\geq \sqrt{2 \cdot (n-1)}; \quad \frac{1+n}{2} \geq \sqrt{1 \cdot n}. \end{aligned}$$

Перемножив эти n неравенств, получим:

$$\begin{aligned} \left(\frac{n+1}{2}\right)^n &\geq \sqrt{(n(n-1)(n-2) \dots 2 \cdot 1)(1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-1)n)} = \sqrt{n!n!} = \\ &= \sqrt{(n!)^2} = n! \end{aligned}$$

Итак, $\left(\frac{n+1}{2}\right)^n > n!$.

Так как по условию $n \neq 1$, то первое из опорных неравенств Коши может быть только строгим. Но тогда и после перемножения опорных неравенств полученное неравенство должно быть строгим. Таким образом, $\left(\frac{n+1}{2}\right)^n > n!$, что и требовалось доказать. =3

Данный пример показывает, что, возможно, это единственный способ доказательства неравенства.

Пример 6. (ЦТ В 12). Решите уравнение $\frac{30x^2}{x^4+25} = x^2 + 2\sqrt{5}x + 8$. В ответ запишите значение выражения $x \cdot |x|$, где x – корень уравнения.

Решение.

Рассмотрим функцию $y = x^2 + 2\sqrt{5}x + 8$. Графиком является парабола, расположенная над осью Ox , ветви направлены вверх, $x_0 = -\sqrt{5}$, $y_0 = 3$ – координаты вершины. Значит, $y \geq 3$.

Рассмотрим выражение $\frac{x^4+25}{30x^2}$, тогда

$$\frac{x^4+25}{30x^2} = \frac{1}{30} \left(x^2 + \frac{25}{x^2} \right) \geq \frac{1}{30} \cdot 2 \cdot \sqrt{x^2 \cdot \frac{25}{x^2}} = \frac{1}{15} \cdot 5 = \frac{1}{3} \text{ (применив неравенство Коши).}$$

Следовательно, $\frac{30x^2}{x^4+25} \leq 3$. Таким образом, равенство достигается, если каждая из частей принимает значение, равное 3, а это возможно при $x = -\sqrt{5}$.

Тогда $x \cdot |x| = -\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = -5$.

Ответ: -5.

Пример 7. (олимпиада по математике 2014/2015 учебный год). Какое наименьшее значение может принимать величина $a^{2014} + a^4 + \frac{1}{a^4+1}$, если a – произвольное действительное число?

Решение.

Воспользуемся неравенством Коши.

Тогда

$$a^{2014} + a^4 + \frac{1}{a^4+1} \geq a^4 + \frac{1}{a^4+1} = (a^4 + 1) + \frac{1}{a^4+1} - 1 \geq 2 \cdot \sqrt{(a^4+1) \cdot \frac{1}{a^4+1}} - 1 = 2 - 1 = 1$$

Равенство достигается при $a=0$.

Ответ: наименьшее значение равно 1.

Применение неравенств к решению уравнений и доказательства неравенств позволяет рассматривать те случаи, когда решение стандартными методами приводит к громоздким выкладкам. Таким образом, применение замечательных неравенств к решению задач нестандартного характера позволяет в ряде случаев более просто прийти к их решению, способствует развитию математического и логического мышления, а также расширяет представления о методах решения уравнений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное теоретическое и практико-ориентированное исследование позволяет сделать выводы:

1. Раскрыты теоретические особенности замечательных неравенств.
2. Продемонстрировано применение замечательных неравенств при решении задач нестандартного характера.
3. Применение замечательных неравенств помогает быстрее достичь результатов, позволяет решать задачи, даже подступиться к которым на первый взгляд трудно (что говорит об эффективности применения замечательных неравенств).

Новизна работы заключается в том, что применение замечательных неравенств полезно при решении уравнений и неравенств, решение которых стандартными методами весьма затруднительно, поскольку они не изучаются в образовательной школе, и требует нетрадиционного (нестандартного) мышления учащихся. Материалы работы могут быть использованы при организации работы с одаренными детьми, подготовке к олимпиадам.

Применение замечательных неравенств, как уже отмечалось, дает возможность решать задачи нестандартного характера быстрее и рациональнее, что позволяет не только сэкономить время, но и представить красивое решение.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Гомонов, С. А. Замечательные неравенства : способы получения и примеры применения. 10–11 кл. : учебное пособие / С. А. Гомонов. – М. : Дрофа, 2006 – 254 с.
2. Готовимся к олимпиадам по математике, 10–11 классы : в 2 ч., Ч. 2 : пособие для учителей учреждений общего среднего образования / [сост. Е. П. Гринько]. – Мозырь : Выснова, 2018. – 121, [3] с. : ил.
3. Калинин, С. И. Метод неравенств решения уравнений. Учебное пособие по элективному курсу для классов физико-математического профиля. / С. И. Калинин. – М. : Изд-во «Московский лицей», 2013 – 112 с.
4. Коннонова, Е. Г., Дрёмов В. А., Иванов С. О. Математика 6–11 классы. Подготовка к олимпиадам : основные идеи, темы, типы задач. Под ред. Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова. Изд. 3-е – Ростов-на-Дону: Легион, 2016. – 224 с.
5. Севрюков, П. Ф. Школа решения олимпиадных задач по математике / П. Ф. Севрюков. – М. : Илекса ; Ставрополь : Сервисшкола, 2018. – 176 с.
6. Сивашинский, И. Х. Неравенства в задачах. – М. : Наука, 1967 – 304 с.
7. Соловьев Ю. П. Неравенства. – М.: МЦНМО, 2005. – 16 с.
8. Супрун В. П. Математика для старшеклассников. Дополнительные разделы школьной программы. 275 задач для эффективной подготовки к вступительным испытаниям и олимпиадам. Изд. Стереотип. М. : ЛЕНАНД, 2016. – 216 с.
9. Централизованное тестирование. Математика: полный сборник тестов / Респ. ин-т контроля знаний м-ва образования Респ. Беларусь. – Минск: Аверсэв, 2016. – 208 с.

KHAMENKO M.

State educational establishment «Gymnasia # 2 Baranovichi»

Scientific supervisor – Gitkovich O., the teacher of mathematics
of the first qualification grade

CLASSICAL INEQUALITIES AND THEIR APPLICATION IN SOLVING NON-STANDARD PROBLEMS

Summary. *The project is dedicated to research of some classical inequalities, their practical implementation in solving non-standard problems.*

ШАВЛИНСКИЙ Д. А., ДРУГАКОВ А. Е.

Государственное учреждение образования
«Средняя школа № 2 г. Горки» Могилевской области

Научный руководитель – Пирожник В. М., учитель физики

ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ АРХИМЕДОВОЙ СИЛЫ

Аннотация. Вопрос оздоровительного и прикладного плавания, гигиены образа жизни интересовали еще наших дедов и прадедов. В данной статье даются советы о том, что надо, упав в воду, непрерывно опираться об нее ладонями, приподнять голову для дыхания и «сколько можно держаться на поверхности воды, вытягиваясь, чтобы удобно на ней держаться». Надо отметить, что эти советы весьма квалифицированы и для наших дней.

ОТКРЫТИЕ АРХИМЕДОМ ВЫТАЛКИВАЮЩЕЙ СИЛЫ

Архимед. Греческий математик и изобретатель. Архимед родился в 287 году до н.э. в Сиракузах на острове Сицилия. Отец Архимеда – астроном и математик Фидий. Фидий дал сыну хорошее образование. Находясь в Александрии, Архимед познакомился со знаменитым астрономом Кононом, астрономом и математиком Эратосфеном, с которыми он поддерживал в дальнейшем научную переписку. Здесь он усиленно работал в богатейшей библиотеке, изучал труды Демокрита, Евдокса и других ученых.

Прославился своими достижениями в области математики, статистики и гидростатистики, был также изобретательным инженером, который использовал свой талант для решения ряда практических проблем.

Когда в 213 г. до н.э. римляне осадили родной город Сиракузы, он изобрел баллистоорудие для метания камней, использование которого отсрочило падение города. Архимед также открыл принцип рычага, винта и ворота. Он утверждал, что человек один может сдвинуть с места массивный тяжелый объект, если ему дать достаточно длинный рычаг и точку опоры.

Архимед открыл закон о выталкивающей силе. Существует легенда, что он пришел к своему закону, решая задачу: содержит ли золотая корона, заказанная Героном мастеру, посторонние примеси или нет. Однако, вероятно, мотивы работы Архимеда были все же более глубокими. Ведь Сиракузы были портовым и судостроительным городом. Вопросы плавания тел здесь решались ежедневно практически, и поэтому перед Архимедом стояла задача выяснения научной основы этих вопросов. В своей книге он разбирает не только условия плавания тел, но и вопрос об устойчивости равновесия плавающих тел различной геометрической формы. Научный гений Архимеда в этом сочинении, оставшемся, по-видимому, незаконченным, проявился с исключительной силой. Рассказывают, что однажды Архимед, обнаженный бегал по улицам Сиракуз с криком: «Эврика!» («Я нашел!») после того, как обнаружил, войдя в ванну, что масса тела может быть измерена при помощи вытесненного им объема воды. Закон Архимеда гласит, что на всякое тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, направленная вверх и равная весу вытесненной жидкости или газа. Таким образом, лодка плавает, а заполненный горячим воздухом шар поднимается вверх. Благодаря тому, что они обладают меньшей плотностью, чем вытесненный ими воздух или вода.

Архимед погиб во время одного из боев во время пунических войн.

Закон Архимеда

Закон Архимеда: на тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, равная весу того количества жидкости или газа, которое вытеснено погруженной частью тела.

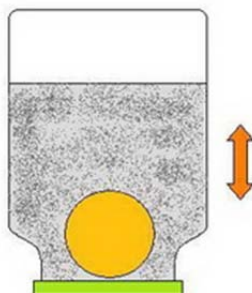
Сила Архимеда – сила упругости, при которой тело сжимает слой жидкости, а в ответ со стороны сжатой жидкости действует сила.

Сила Архимеда зависит от объема тела, погруженного в жидкость, плотности жидкости, но не зависит от плотности тела и веса тела.

СИЛА АРХИМЕДА В СЫПУЧЕМ ВЕЩЕСТВЕ

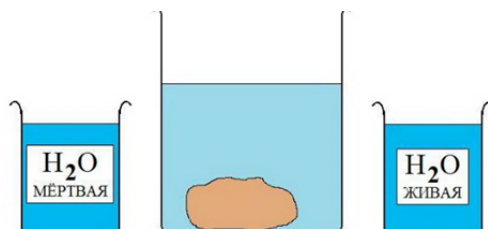
На представлении «Наследие Архимеда» жители Сиракуз соревновались в «доставании со дна морского жемчужины». Аналогичную, но более простую демонстрацию можно повторить, используя небольшую стеклянную банку с рисом. Положите

туда теннисный шарик и закройте её крышкой. Переверните банку так, чтобы шарик оказался в её нижней части под пшеном. Если создать легкую вибрацию (легонько потрясти банку вверх-вниз), то сила трения между зёрнышками пшена уменьшится, они станут подвижными и шарик через некоторое время под действием силы Архимеда всплывёт на поверхность.



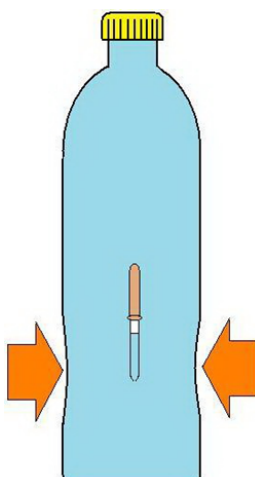
ЖИВАЯ И МЕРТВАЯ ВОДА

Поставьте на стол литровую стеклянную банку, заполненную на 2/3 водой, и два стакана с жидкостями: один с надписью «живая вода», другой – с надписью «мёртвая». Опустите в банку клубень картофеля (или сырое яйцо). Он тонет. Долейте в банку «живую» воду – клубень всплывёт, добавьте «мёртвую» – он опять утонет. Подливая то одну, то другую жидкость, можно получить раствор, в котором клубень не будет всплывать на поверхность, но и ко дну не пойдёт. Секрет опыта в том, что в первом стаканчике – насыщенный раствор поваренной соли, во втором – обычная вода. (Совет: перед демонстрацией картофель лучше очистить, а в банку налить слабый раствор соли, чтобы даже незначительное увеличение её концентрации вызвало эффект).



КАРТЕЗИАНСКИЙ ВОДОЛАЗ ИЗ ПИПЕТКИ

Наполните пипетку водой так, чтобы она плавала вертикально, практически полностью погрузившись в воду. Опустите пипетку – водолаза в прозрачную пластиковую бутылку, доверху наполненную водой. Герметично закройте бутылку крышкой. При нажмие на стенки сосуда, водолаз начнёт заполняться водой. Изменяя давление, добейтесь, чтобы водолаз выполнял ваши команды: «Вниз!», «Вверх!».



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучив закон Архимеда, рассмотрев условия и особенности плавания тел, определив экспериментально степень влияния вдоха и выдоха на тело и рассчитав наименьшую мощность, которую развивает пловец в спокойной воде, мы пришли к выводу, что если использовать рекомендации по правильному поведению в воде, то можно не утонуть, а хорошо научиться плавать.

Самым главным фактором, который не дает человеку утонуть, является воздух в лёгких. Поэтому, чтобы держаться на воде, нужно просто не переставать дышать. Звучит достаточно просто, но на деле плавать умеет именно тот, кто может легко наладить подачу воздуха в лёгкие. Короче говоря, чтобы плавать, следует знать всего две вещи: нужно дышать и нужно двигаться. А остальные несчетные физиологические процессы и химические реакции в организме нам ни к чему. Не умеющие плавать люди на самом деле плавать умеют, только об этом не знают. И помните – возможность плавать есть у всех. Нет людей, которые бы не могли научиться плавать. Всё, что может мешать вам держаться на воде – это банальный страх, который можно и нужно преодолеть.

Изучив теоретический материал по данной теме, мы создали памятку «Стили плавания и меры предосторожности при занятиях плаванием», которую можно использовать на ОБЖ и факультативных занятиях в младших и средних классах.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. В. Ф. Шилов – Физика. Экспериментальные задания.
2. В. И. Дубровский – Валеология.
3. Л. П. Макаренко – Плавайте на здоровье.
4. Журнал «Физика». М., «Первое сентября». 2006 г.
5. Журнал «Физика». М., «Первое сентября». 2007 г.
6. А. П. Перышкин – Физика. 7 класс.

SHAVLINSKY D. A., DRUGAKOV A. E.

State educational establishment «Secondary school No. 2 town Gorky»
of the Mogilev region

Scientific supervisor – Pirozhnik V. M., a teacher of physics

ARCHIMEDEAN FORCE

Summary. The issue of recreational and applied swimming, lifestyle hygiene was also of interest to our grandfathers and great-grandfathers. In the work tips are given on how to fall into the water, constantly rest on it with your palms, raise your head for breathing, and «how much you can hold on the surface of the water, stretching out to comfortably hold on to it.» It should be noted that these tips are very qualified for our days.

Научное издание

ПЕРВЫЙ ШАГ В НАУКУ

Сборник научных статей учащейся молодежи

Основан в 2012 году

ВЫПУСК № 16

В трех частях
Часть 3

Ответственный за выпуск *С. Л. Казбанова*
Компьютерная вёрстка *М. Р. Аксой*
Корректор *Т. А. Гуринович*
Дизайн обложки *В. А. Рацкевич*

Подписано в печать 31.12.2019.
Формат 60x84 ¹/₈. Бумага офсетная. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 10,23. Уч.-изд. л. 9,16. Тираж 32 экз. Заказ № 12.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Общество с ограниченной ответственностью «Лаборатория интеллекта»
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий
№1/529 от 13.04.2018.
220070, Республика Беларусь, г. Минск, ул. Солтыса, д.187, 6 этаж, офис, 21
Тел.: +375 44 715-75-70, E-mail: editions@laboratory.by